Il calcolo letterale – algebrico. (BM2 teoria pag. 29 –31; esercizi pag. 100–103, es.59 – 66)

Il calcolo letterale è quella parte della matematica che generalizza il calcolo algebrico usando anche delle lettere per indicare numeri.

Introduzione: prova a svolgere il seguente gioco.

Pensa un numero
moltiplicalo per 3
aggiungi 4 al risultato
a quello che hai ottenuto aggiungi ancora il numero di partenza
dividi quello che viene per 4
togli il numero che hai pensato all'inizio, ed ottieni?

Trasforma:

i) le seguenti frasi in espressioni letterali.

a) la soma dei numeri a e b. b) La differenza dei numeri a e b.
c) Un terzo di n diminuito di 2. d) Il prodotto di x per y.
e) Il doppio del numero x. f) Il precedente di 3x.
g) Il consecutivo di x. h) La metà di 2x sommata al suo triplo.

ii) Le seguenti espressioni letterali in frasi.

a) $x + 2x =$ b) $x^2 + 2x =$ c) $n + (n + 1) + (n + 2) =$ d) $t + (t - 1) =$

Le lettere servono specialmente a scrivere delle formule.

Esempi:

a) Il totale delle dispense distribuite in II a matematica, italiano, geografia.
b) Scrivi la formula che permette di calcolare i punti in classifica di una squadra di calcio del campionato svizzero o italiano.
c) Il costo del pieno di benzina, sapendo che un litro costa 1,70 CHF.
d) I km percorsi in automobile conoscendo la velocità oraria e il tempo.
e) Il volume di un corpo conoscendone la massa e la densità.
f) Il costo delle chiamate al telefono, conoscendo il costo al minuto.
g) L'entra al cinema costa per gli adulti il doppio degli adolescenti, calcola l'incasso giornaliero sapendo che vi sono tre rappresentazioni.

Al posto delle lettere possiamo dunque sostituire dei numeri, per ora naturali e interi.

Calcola il valore delle seguenti espressioni algebriche, sostituendo i valori numerici corrispondenti.

a) $x + 2x - 3x =$ per $x = 1$; e $x = -3$
b) $2m^2 - n^3 + 2n - 3m$; per $m = -1$ e $n = +2$
c) $3a (a - b) =$ per $a = 1$, $b = 1$
d) $\sqrt{a} + \sqrt[3]{b} - 2.\sqrt{a.b} =$ per $a = 4$; $b = 1$; e per $a = -4$; $b = 2$
e) Quali valori possono assumere le variabili nei seguenti casi?

i. $a + 3 =$ ii. $\frac{1}{x} =$ iii. $\frac{1}{y-2} =$
iv. $\sqrt{a} =$ v. $\sqrt[3]{x} =$ vi. $\frac{x+1}{x} =$

I MONOMI

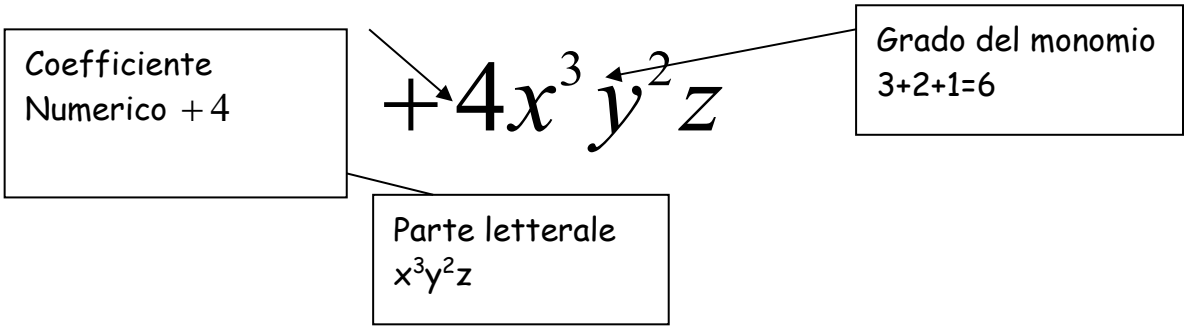
La più semplice espressione letterale è detta **monomio**. Il monomio è una espressione letterale in cui possono figurare una o più variabili (lettere) e solo le operazioni di moltiplicazione e divisione. Ovviamente un monomio rappresenta un numero.

Es. + 3a ; - 7x ; + 13ab^2 ; - 17 x^{3}y^{5}z^8 ; Non sono monomi: a +b ;1+a ;(ab +c)^2

Due o più monomi si dicono simili quando hanno la stessa parte letterale.

Es. + 3a è simile -13a, ma non simile a + 3a^2 ; - 7x^{2}y è simile -3 x^{2}y, ma non simile a + 3 x^{2}y^2 ;

Vediamo da vicino come è formato un monomio:



Completa la tabella

Monomio	Coefficiente numerico	Parte Letterale.	Monomi simili	Monomio opposto
+3a				
	-12	x^{2}y^3		
			- 7 m^3	
				+ 10 a^{2}b^{5}c^7

Operazioni tra monomi:

Addizione e sottrazione.

Consideriamo monomi simili (cioè con uguale parte letterale) 2ab -6ab

Addizione:2 ab +6 ab =(2+6)ab = ……; 2 x^{3}y^4 +6xy =……;

Sottrazione: 2ab -6ab =(2-6)ab = …… ; -2 x^{3}y^4 - 6x^{3}y^4 =……;

$5a^2b^3 - 7a^2b^3 =$……;

Esercizi:

-3x + (-7a) – (- 2x) + (+5a) – (+8a) =

(-5ab^2) + (-3a^{2}b) – (+7ab^2) + 13a^{2}b – (- 4a^{2}b) =

Significato geometrico dell'addizione e sottrazione di monomi.



Qual è il risultato della somma di a +b =

Conclusione: la somma di due o più monomi è ……
……

Moltiplicazione

Esempio

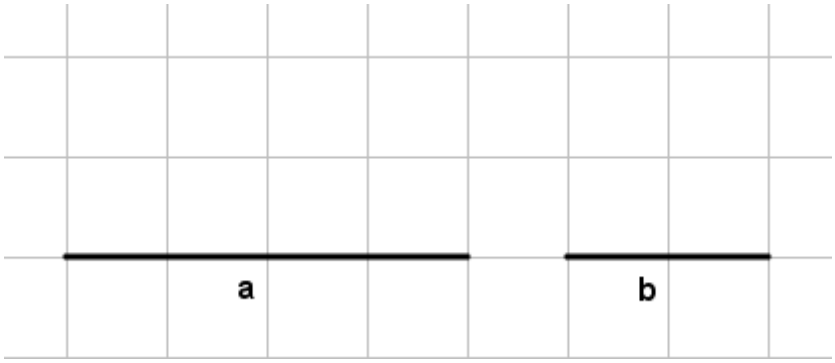
Consideriamo i monomi:3ab e 4bc

Moltiplicazione: 3 a b · 4 b c = ... $3ab.\left(-2a^3b\right) =$ .....

$\left(+5a^2b^3\right)\cdot\left(-3ab^2c^3\right) =$ ..... $\left(-5a\right).\left(+4b\right) =$ .....

Significato geometrico della moltiplicazione di monomi.

Qual è il risultato del prodotto di a · b =



Conclusione: il prodotto di due segmenti è .....

Divisione di monomi.

$\left(+6a^5b^3c\right):\left(-3ab^2c\right) =$

Casi particolari:

a) i coefficienti non sono divisibili $5a^3b^2 : \left(-2ab\right) =$ .....

b) i coefficienti sono delle frazioni: $-\frac{1}{2}x^3y^2z^5$: ($\frac{3}{2}$ xyz^2)= .....

c) la parte letterale del divisore ha esponente maggiore di quella del dividendo

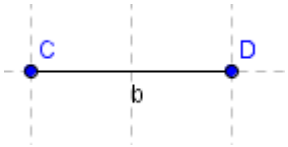
(- 20 a^3b^2) : (- 4a^5b^6) = ... $\left(+6a^5b^3c\right):\left(-3ab^4c^3\right) =$ .....

Elevamento a potenza di monomi:

$\left(-6a^5b^3c\right)^2 =$ ..... $\left(-2x^3y^2z^5\right)^3 =$.....

Significato geometrico dell'elevazione a potenza.

Qual è il risultato della potenza di b^3=



Espressioni con monomi.

1) $a^{10}b^5$: (-a^4b)-a^5b^2.(-a^4b^3): a^3b – 12a $^{13}b^{30}$:(- 6 a^7b^{26}) =

2) -8a^3x : (-2a) + 5a . (-2ax) + a^2x= [-5a^2x]

3) -6a^4bc^3 : (- 2a^3bc) + [3ab^2c^3 . (- 2ab) + 4$a^2b^3c^3$] : (- ab^3c) = [5ac^2]

4) $12x^3y^2 : \left(-4xy^2\right) - 2xy\cdot\left(-3xy^3\right) + \left(15x^2y\right):\left(3y\right) - 6x^2y^4 =$

5) La proprietà distributiva.

Ricorda: $98 \cdot 7 = (90 + 8) \cdot 7 = 90 \cdot 7 + 8 \cdot 7 = 630 + 56 = 686$; oppure

$98 \cdot 7 = (100 - 2) \cdot 7 = 100 \cdot 7 - 2 \cdot 7 = 700 - 14 = 686$

Con le lettere capita la stessa cosa, ma bisogna far attenzione ai segni!

$(2a + 3) \cdot 4 = 2a \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 8a + 12$ oppure,

$-5 \cdot (3x - 2) = -5 \cdot 3x + 5 \cdot 2 = -15x + 10$

Calcola:

- $(x + 2) \cdot x - (x^2 + 3x - 4) =$ [$4 - x$]
- $6 \cdot (2x + 3) + 2 \cdot (5 - 6x) =$ [28]
- $2x \cdot (x - 3) - (2x^2 - 6x - 6) =$ [6]
- $2a + 3 \cdot (2a - 7) - 5 \cdot (a + 2) + 11 =$ [$3a - 20$]
- $(3m + 6x) - (m^2 + 3x) - (3x + 2m) =$ [$m - m^2$]
- $4m \cdot (5m - 3m + 2) - (8m - m^2) =$ [$9m^2$]
- $2a \cdot (2a - 3) - 9 - 4 \cdot (a^2 - 2) + 6a =$ [-1]
- $(a - 2) + (3a - 1) - (-1 + 5a) =$ [$-a - 2$]
- $2a^2 - a \cdot (a - 2) - 2 \cdot (a - b) + 2b =$ [$a^2 + 4b$]
- $2 \cdot (a - b) - 3 \cdot (a - b) + 2a =$ [$a + b$]

6) Trasforma le seguenti frasi in espressioni algebriche.

a) Il successivo di un numero.

b) Il precedente di un numero.

c) il quadruplo di a aumentato di 4

d) 8 diminuito della metà di y

e) la differenza tra 6 e il quadrato di b moltiplicata per 4

f) il triplo di a aumentato di 9 viene diviso per il quadrato di y sottratto a x

g) si sottragga al doppio di b il cubo di x e si moltiplichi poi per il reciproco di -3/2

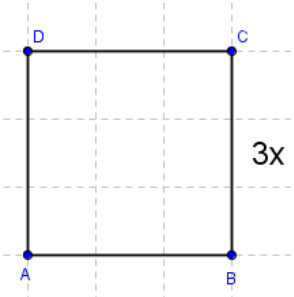
h) si moltiplichi la differenza tra 20 e il doppio di x per 8.

7) Completa la seguente tabella:

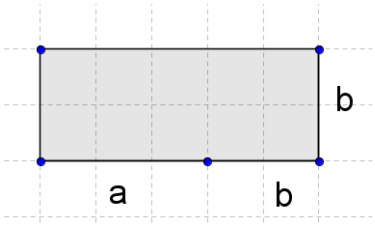
Monomio	Coefficiente nr.	Parte letterale	Monomio simili
$-4a^3$	-4	a^3	$5/2\ a^3$
$3ab^2$			
	$-\frac{1}{2}$	x^2y^3	
			$\frac{3}{4}\ m^4n^5t^6$
$-b^5c^7$			
Inventa…			

8) Esprimi mediante un'espressione letterale il perimetro, l'area delle seguenti figure.

a)



b)



c) Lato quadrato $l = a$

