**Applicazioni al teorema di Pitagora nel piano.**

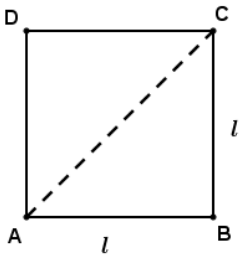
In ognuno dei seguenti esercizi determina una regola che ti permetta di calcolare direttamente il segmento richiesto.

**Premessa:** Sapere <u>estrarre</u> un fattore dal segno di radice e **<u>razionalizzare</u>** una frazione.

Esempio: $\sqrt{90} = \sqrt{9}\cdot\sqrt{10} = 3\sqrt{10}$ ; $\frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{3\cdot\sqrt{6}}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{6^2}} = \frac{3\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

$\sqrt{18} =$ ……; $\frac{6}{\sqrt{3}} =$……;

1) **La diagonale del quadrato: dato il lato l, calcolare la misura della diagonale.**




|AC| = ……
……

Conclusione: |d| = ……

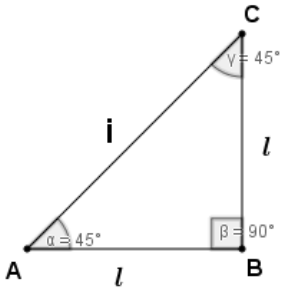
Formula inversa: ……

Completa le seguenti tabelle.

| Lato quadrato (cm) | **Diagonale (cm)** | **Scrittura simbolica** | **Valore approssimato ai centesimi.** |
|---|---|---|---|
| 1 | $d = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ | $\sqrt{2}$ | $\sqrt{2} \cong 1{,}41$ |
| 2 | | | |
| 5,6 | | | |
| $\sqrt{10}$ | | | |
| l | | | |
| 4x | | | |

| Diagonale (cm) | **Area quadrato (cm²)** | **Lato quadrato Scrittura simbolica** | **Lato quadrato Valore approssimato ai centesimi.** |
|---|---|---|---|
| 1 | $A = \frac{1\cdot 1}{2} = \frac{1}{2}$ | $l = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2} \cong 0{,}71$ |
| 2 | | | |
| 5,6 | | | |
| $\sqrt{10}$ | | | |
| d | | | |
| 4x | | | |

2) **L'ipotenusa in un triangolo rettangolo isoscele.**




Trovi un'analogia con il problema precedente?

……

$|AC| =$ ……

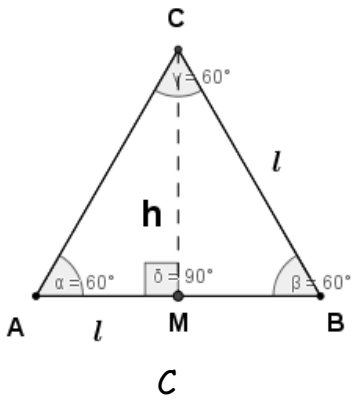
Conclusione: $|i| =$ ……

Formula inversa: ……

Calcola la misura dell'ipotenusa nel caso in cui il lato d'un triangolo rettangolo isoscele misuri 6 cm.

……

3) **Il triangolo equilatero. Dato il lato calcolare la misura dell'altezza.**




C

Quali triangoli rettangoli puoi considerare?……

$|CM| =$ ……

Conclusione: $|h| =$ ……

Formula inversa: ……

……

Calcola la misura dell'ipotenusa nel caso in cui il lato d'un triangolo equilatero misuri 8 cm.

……

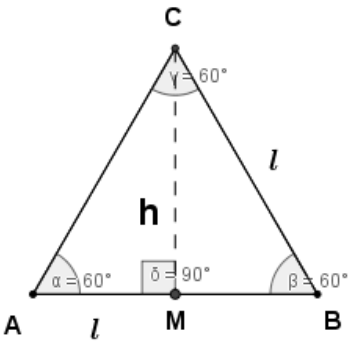
Calcola la misura del lato d'un triangolo equilatero nel caso in cui l'altezza misuri 8 cm.

……

Completa la seguente tabella: dato il lato del triangolo equilatero, calcola la misura dell'altezza.

| Lato (cm) | altezza (cm) | Scrittura simbolica | Valore approssimato ai centesimi. |
|---|---|---|---|
| 1 | $h = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}\sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0{,}87$ |
| $\sqrt{10}$ | | | |
| l | | | |
| 4x | | | |

**Osservazione**: Come calcolerai l'area d'un triangolo equilatero conoscendo la misura del lato?




$A_{ABC} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{|AB| \cdot |CM|}{2}$ ma

$|AB| = \ell$ ; $|CM| = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$ ; dunque:

$\mathbf{A_{ABC}} = \frac{|AB| \cdot |CM|}{2} = \ell \cdot \frac{\ell\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \mathbf{\frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}}$

Ricorda questa formula vale solo nei triangoli equilateri.

Conoscendo l'area d'un triangolo equilatero, come calcolerai la misura del suo lato?

$\mathbf{A} = \mathbf{\frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}}$ ; $\ell = ????$ Chiaramente dovremo calcolare la formula inversa, risolvendo l'equazione rispetto ad $\ell$, nel seguente modo:

……

……

……

……

- Calcola l'area d'un triangolo equilatero avente il lato di 10 cm.

……

……

- Calcola il lato d'un triangolo equilatero avente l'area di $38\sqrt{3}$ cm. Quanto misurerà la sua altezza?

……

……

……

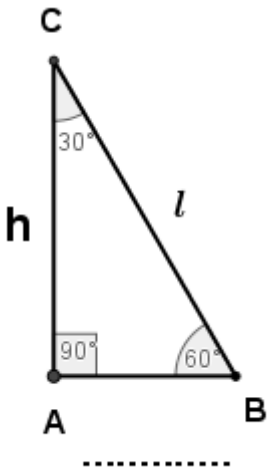
**Riassumendo**, in un **<u>triangolo equilatero</u>** di lato $\ell$ abbiamo:

$\mathbf{h} = \mathbf{\frac{\ell\sqrt{3}}{2}}$ ; mentre l' area $\mathbf{A} = \mathbf{\frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}}$

Formule inverse: $\boldsymbol{\ell} = \mathbf{\frac{2h\sqrt{3}}{3}}$ ; $\boldsymbol{\ell} = \mathbf{\sqrt{\frac{4\sqrt{3} \cdot A}{3}}}$

**Esercizio**: Come calcolerai l'area d'un esagono regolare dato il suo lato? 😉 😉😉

4) **La misura dei lati in un triangolo con gli angoli 90°, 60° e 30°.**




Che relazione esiste tra i lati AB e BC? Perché?

……

Sapendo che l= 8 (cm), calcola la misura dell'altezza h.

……

Calcola il perimetro del triangolo ABC.

……

Calcola l'area del triangolo ABC.

……

In generale come calcolerai l'altezza in un triangolo 90°- 60°- 30° conoscendo il lato?

……

……

Sapendo che l'altezza d'un triangolo 90°- 60°- 30° misura 8 cm, quanto misurerà il suo lato?

……

……

In generale come calcolerai il lato in un triangolo 90°- 60°- 30°conoscendo l'altezza?

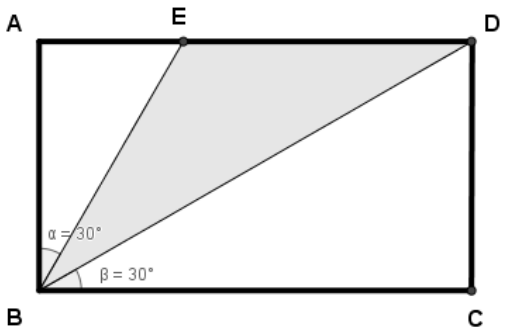
……

……

Esercizio.

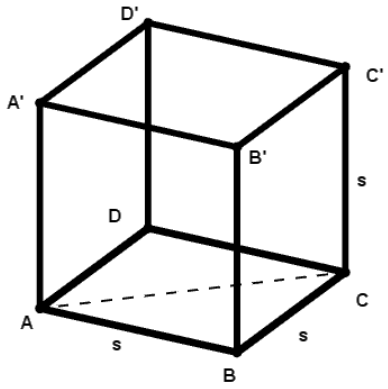
In un rettangolo ABCD, sai che $|AB| = |CD| = 1\ (u)$ e che l'angolo ABC viene diviso in tre parti congruenti;

a) Disegna la situazione; puoi scegliere come unita ciò che vuoi es. 1q? oppure 4q o ……!
b) Analizza le figure che ottieni.
c) Qual è il lato più semplice da calcolare? Perché?
d) Calcola il perimetro del triangolo BDE.
e) Calcola l'area del triangolo BDE.



**Applicazioni al teorema di Pitagora nello spazio.**

**1) La diagonale della faccia d'un cubo.**




Quella che vedi tratteggiata è la diagonale *AC*=**d** d'una faccia di un cubo di spigolo **s**.

a) Come faresti a calcolarla?

……

b) Supponi che s = 6 cm, quale sarebbe la sua misura?

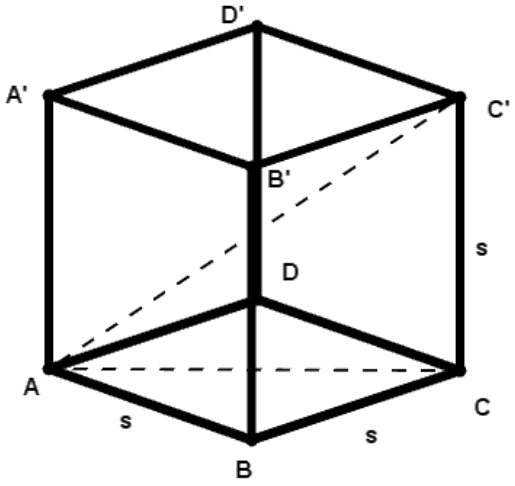
……

c) Quante diagonali congruenti a quella disegnata possiede un cubo?

……

**Formula inversa?** ……

2) **La diagonale del cubo**.




a) Quella che vedi tratteggiata è la diagonale *AC'*= **D** del cubo di spigolo **s**.

Come faresti a calcolarla?

……

……

……

b) Supponi che s = 6 cm, quale sarebbe la sua misura?

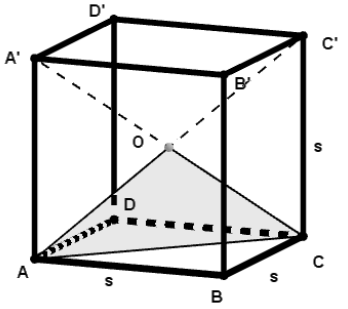
……

c) Quante diagonali congruenti a quella disegnata possiede un cubo?

……

**Formula inversa?** ……

**Esercizio.**

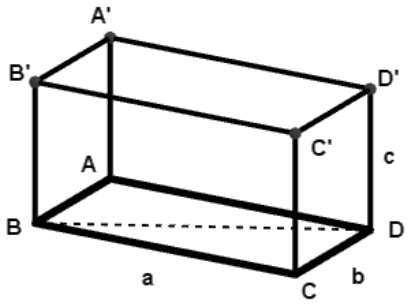


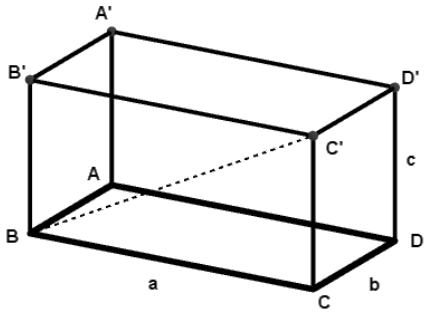

Dato un cubo calcola perimetro e area del triangolo *ACO* sapendo che:

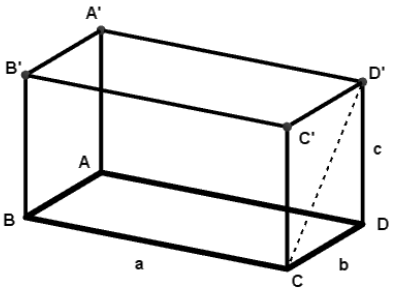
- $|AB| = 8(\text{ cm})$
- $|AB| = s(\text{ cm})$
- Classifica il triangolo *ACO* secondo gli angoli e i lati.

3) **Le diagonali del parallelepipedo rettangolo.**

a) **Le diagonali della base** e delle facce laterali d'un parallelepipedo rettangolo di dimensioni a = 4 (cm), b = 2 (cm) e c= 3(cm)



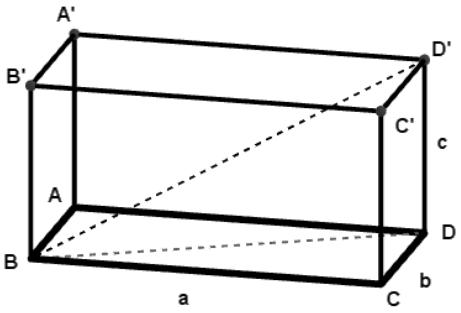




$|BD| =$…… ; $|BC| =$…… ; $|CD| =$……

**In generale:**

$|BD| =$…… ; $|BC| =$…… ; $|CD| =$……

b) **Le diagonali del parallelepipedo** rettangolo.




i) Quella che vedi tratteggiata è la diagonale BD'= **D** del parallelepipedo rettangolo di spigolo **a, b e c**.

Come faresti a calcolarla?

……

……

……

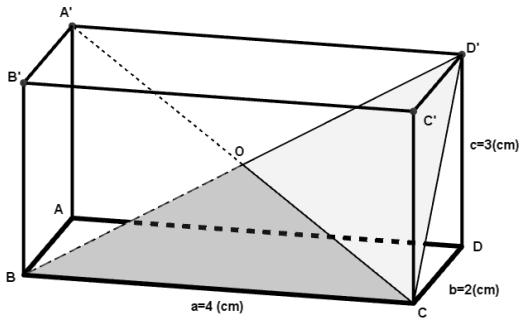
**ii) In generale?**

$|BD'| =$……

iii) Quante diagonali congruenti a $|BD'|$ possiede un parallelepipedo?.....

Conclusione: ……

**Esercizio.** Dato il parallelepipedo rettangolo ABCDA'B'C'D' avente le dimensioni di $|BC| = 4\ (cm)$ , $|CD| = 2\ (cm)$ e $|DD'| = 3\ (cm)$, dopo aver rappresentato la situazione, calcola:




i) L'area del triangolo BCO.

ii) L'area del triangolo COD'.

iii) Il rapporto tra l'area del triangolo BCO e COD'.

iv) Lo stesso rapporto vale anche per i perimetri dei due triangoli? Motiva, chiaramente con i calcoli.

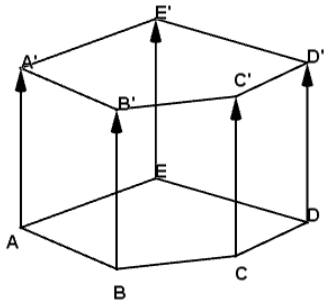
v) Classifica i due triangoli secondo i lati e secondo gli angoli.

**4) Le diagonali nei prismi.**

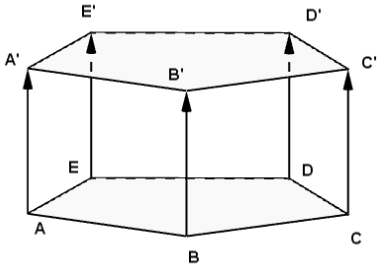
**Premessa**:

Un prisma è un solido ottenuto dallo "spostamento" (traslazione) di un poligono nello spazio; se il poligono è regolare, abbiamo un prisma regolare!

a) Se lo spostamento è perpendicolare alla base, otteniamo dei prismi retti. Le facce sono dei rettangoli.

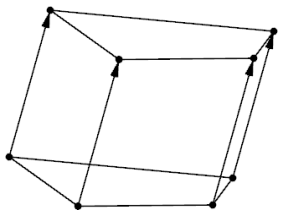



Prisma retto

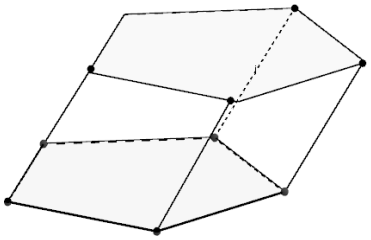



prisma regolare retto

b) Se lo spostamento non è perpendicolare alla base, otteniamo dei prismi obliqui. Le facce sono dei parallelogrammi.



Prisma obliquo.



Prisma regolare obliquo.

Nel **prisma retto** sappiamo già come calcolare sia l'area totale che il volume nel seguente modo:

$A_{Totale} = A_{Laterale} + 2A_{Base}$ ; dove $A_{Laterale} = Perimetro_{Base} \cdot h_{Prisma}$

Mentre il volume: $V = A_b \cdot h_{Prisma}$

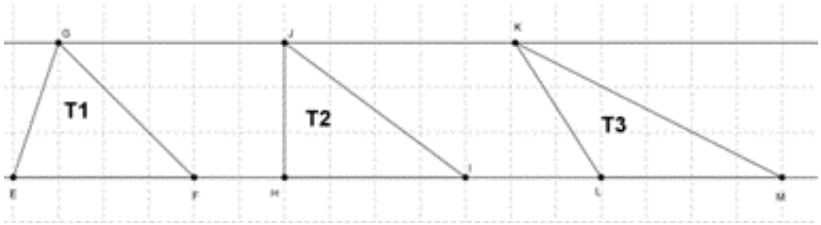
Esercizi:

- Calcola il volume e l'area totale d'un prisma regolare triangolare retto avente lo spigolo di base che misura 8 cm e l'altezza 10 cm.
- Calcola il volume e l'area totale d'un prisma regolare esagonale retto avente lo spigolo di base che misura 8 cm e l'altezza 10 cm.
- Calcola il volume e l'area totale d'un prisma regolare ottagonale retto avente lo spigolo di base che misura 8 cm e l'altezza 10 cm.

**Cosa capita se il prisma è obliquo?**

Analizza queste due situazioni nel piano (due dimensioni):

- Calcola, in quadretti, il perimetro e l'area dei seguenti triangoli, cosa puoi dire?

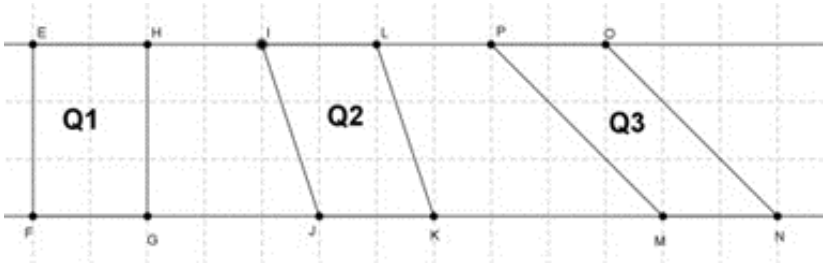



P1 = …… P2 = …… P3 =……

A1 = …… A2 = …… A3 = ……

Conclusione: ……

- Calcola, in quadretti, il perimetro e l'area dei seguenti parallelogrammi, cosa puoi dire?



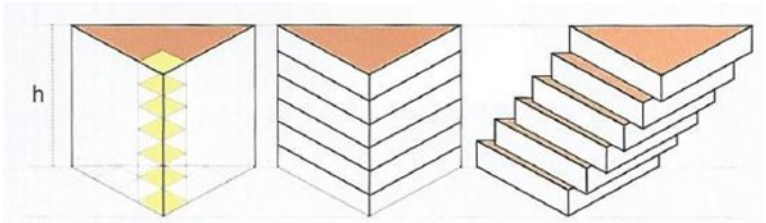

P1 = …… P2 = …… P3 = ……

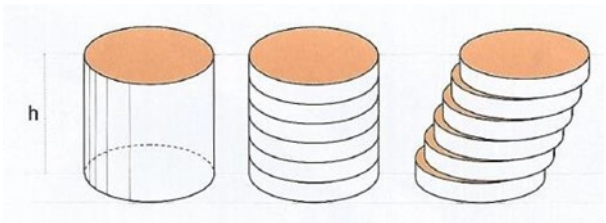
A1 = …… A2 = …… A3 = ……

Conclusione: ……

Con i solidi (tre dimensioni) capita la stessa cosa: Solidi aventi la stessa base e la stessa altezza anche se **obliqui**, hanno lo **stesso volume**, ma chiaramente **non la stessa area**!

Dunque, abbiamo: $\mathbf{V = A_b \cdot h_{Prisma}}$



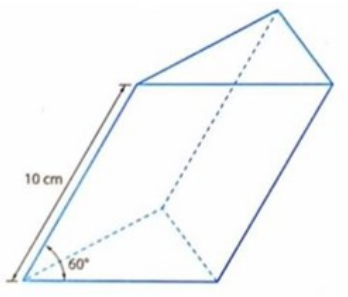




Cosa puoi dire dell'area?

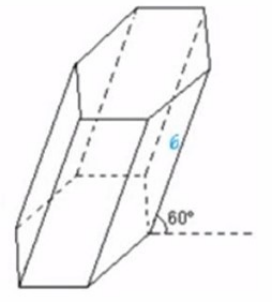
……

……

Esercizi




- La figura rappresenta un prisma obliquo, la cui base è un triangolo equilatero di perimetro 18 cm. Il volume del prisma in $cm^3$, misura: 270 – 135 - $45\sqrt{3}$ - $45\sqrt{2}$ – 45?



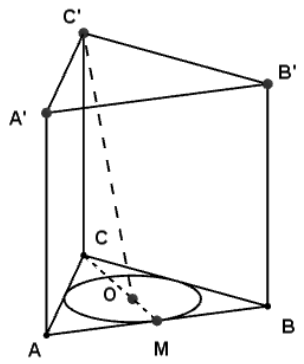

- Calcola il volume di un prisma obliquo, sapendo che la base è un esagono regolare di 2m di lato, mentre lo spigolo laterale, che forma un angolo di 60° con il piano di base, misura 6m.

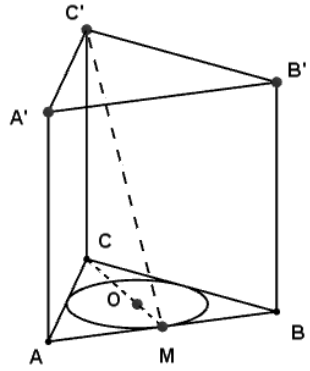
**a) Segmenti particolari nel prisma triangolare regolare retto.**

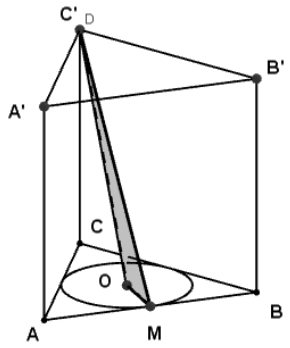
Chiaramente il prisma triangolare regolare retto ……
……

Dato il prisma triangolare regolare retto, avente come base il triangolo ABC il cui perimetro è di 12 cm e l'altezza di 4 cm. Dopo aver calcolato l'area totale e il volume del solido, calcola:

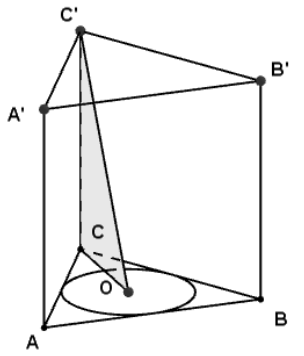
$|C'O| =$ $|C'M| =$ Area triangolo OMC'.

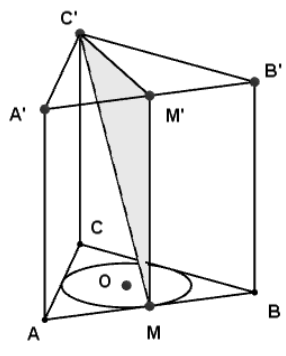


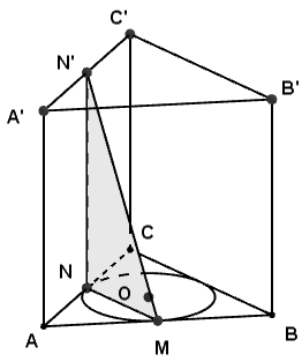




Area triangolo COC'. Area triangolo MM'C'. Area triangolo NMN'.

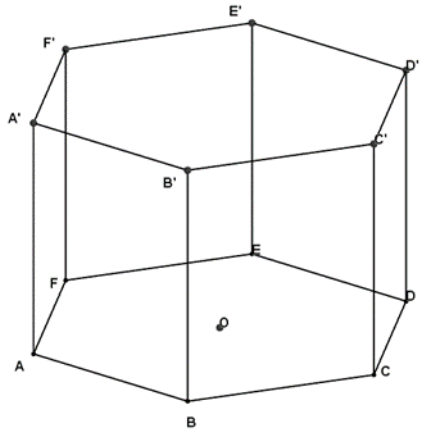



Controlla i risultati utilizzando GeoGebra.

**b) Le diagonali nel prisma esagonale regolare retto.**



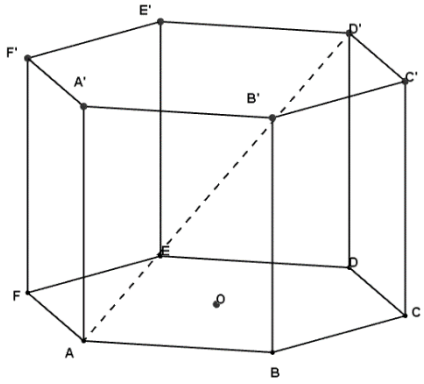

Disegna, per ogni tipo, una diagonale del solido; determina quali sono quelle equivalenti.

……

……

……

……



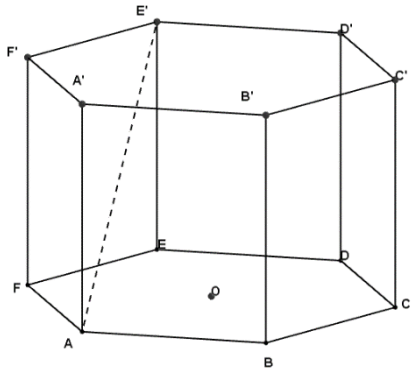

Calcola $|AD'| =$

……

……

……

……



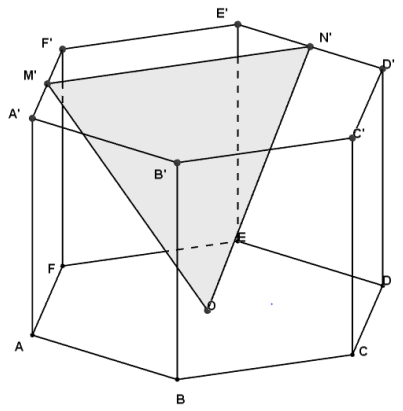

Calcola $|AE'| =$

……

……

……

……




Calcola l'area del triangolo ON'M'.

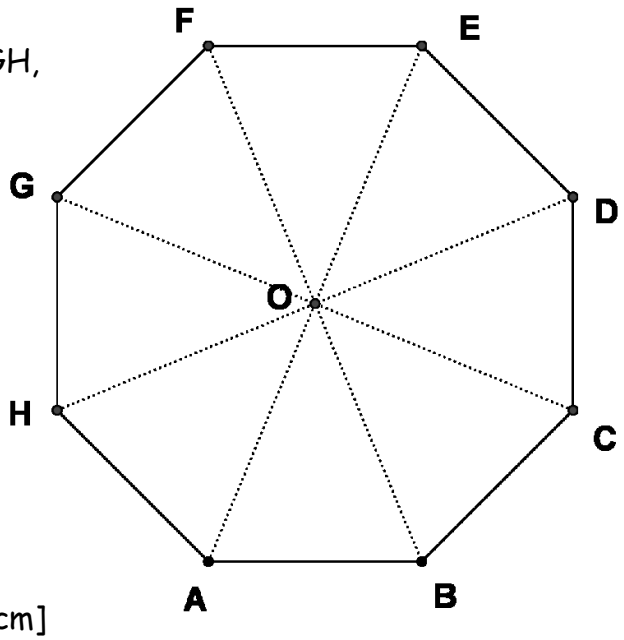
……

……

……

……

**c) Le diagonali dell'ottagono regolare.**




Disegna un ottagono regolare ABCDEFGH,

di lato 3cm, calcolando dapprima:

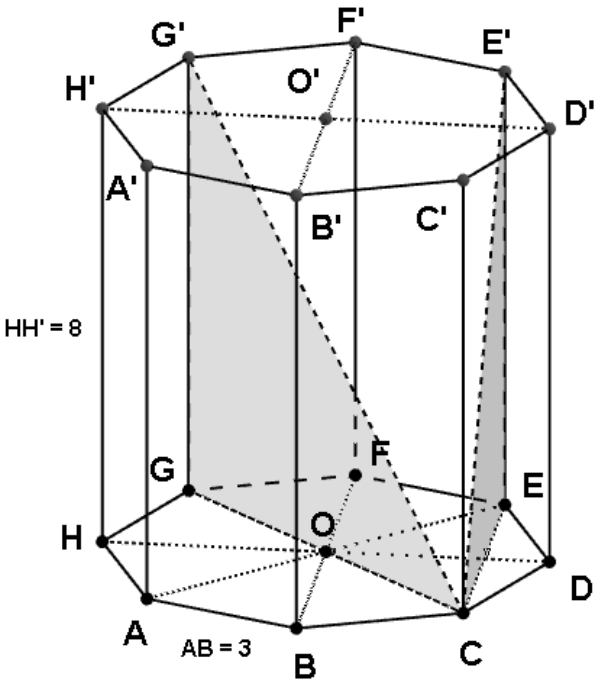
- L'ampiezza dell'angolo al vertice del triangolo isoscele generatore dell'ottagono.
- La misura dell'ampiezza dell'angolo alla base del triangolo isoscele generatore dell'ottagono.
- L'ampiezza dell'angolo del poligono.
- Calcola il perimetro dell'ottagono. [24 cm]
- Calcola l'area dell'ottagono, sapendo che

  il numero fisso è 1,207. [43,452 $cm^2$]

Inseguito metti in risalto

- Tutte le diagonali uscenti del vertice A dell'ottagono.
- Determina:
  - Le diagonali aventi la stessa lunghezza.
  - L'ampiezza dell'angolo AOC.
- Calcola la misura di:
  - $|AO| =$ [≅3,919 cm]
  - $|AC| =$ [≅5,542 cm]
  - $|AD| =$ [≅7,241 cm]
  - $|AE| =$
  - L'area del triangolo COE. [7,69 $cm^2$]
  - L'area del triangolo CDE. [3,173 $cm^2$]

**d) Le diagonali nel prisma ottagonale regolare retto.**




Conosci:

$|AB| = 3\ (cm);\ |HH'| = 8\ (cm)$

Disegna uno schizzo del solido.

Calcola:

- L'area di base del prisma ottagonale, sapendo che il numero fisso è 1,207.
- Il volume del prisma.
- L'area laterale del prisma.
- L'area totale del prisma.

**Le diagonali:**

- Metti in risalto le diagonali *CG'* e *CE'*.

Calcola:

$|CG| =$ ; $|CG'| =$ ; $|CE| =$ $|CE'| =$

- L'area del triangolo *GCG'*.
- L'area del triangolo *CEE'*.

- Prendi in considerazione il triangolo è *BO'A'*
  - Mettilo in risalto sul disegno.
  - Classificalo secondo gli angoli.
  - Calcola il perimetro.
  - Calcola l'area.
  - Controlla i risultati con GeoGebra.