Gli Insiemi BM1 pag. 25 – 40; Esercizi pag. 114 – 123, es. 37 – 73

Vediamo ora un altro modo di fare matematica, non utilizzando numeri ma oggetti (ELEMENTI) raggruppati in "contenitori" detti INSIEMI.

Gli oggetti, ELEMENTI, e i contenitori, INSIEMI si potranno rappresentare e con essi "operare".

Esempio 1: la tua classe

Elenca tutti (o quasi ☺☺) i compagni che formano la tua classe.

……

……

……

……

Tutti i tuoi compagni hanno le seguenti caratteristiche:

……

……

……

……

Dunque matematicamente formano un insieme, poiché gli ELEMENTI (allievi) hanno delle caratteristiche ben precise e chiare, e scriveremo:

$A = \{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\}$

✓ Abbiamo definito l'INSIEME A per **ELENCAZIONE** (o **ESTENSIONE**) specificando tutti gli elementi.

Ricorda: Un insieme va scritto:

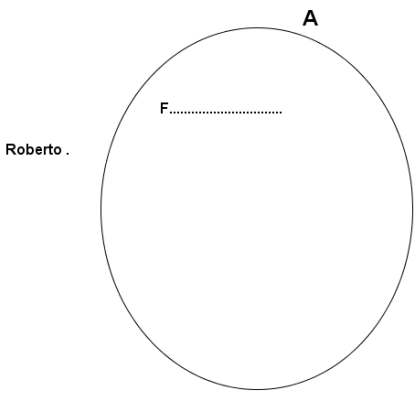
- Con una lettera MAIUSCOLA, dell'alfabeto italiano.
- Tra parentesi graffe. { }
- L'ordine degli elementi, chiaramente ……….ha nessuna importanza.
- Non ripeto un elemento due volte.
- Tra un elemento e l'altro inserisco un punto e virgola:**;** .

Posso rappresentare un insieme anche nei seguenti modi:

- ✓ Definendo la/e **caratteristica**/che di un elemento appartenete all'insieme, nel seguente modo

$A = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

- ✓ Rappresentando la situazione graficamente con il DIAGRAMMA DI VENN, nel seguente modo:



➢ Un elemento che appartiene all'insieme viene inserito all'interno del diagramma; segue logicamente che un elemento che non appartiene all'insieme sarà …… al diagramma.
Matematicamente scriveremo: **F……** $\in \mathbf{A}$, che si legge: **l'elemento F……appartiene all'insieme A**.
Chiaramente Roberto $\notin \mathbf{A}$, che si legge: l'elemento **Roberto non appartiene all'insieme A**.

Esempio 2: i punti cardinali.

Esempio 3: le città del Canton Ticino.

Esempio 4: Le cifre.

Esempio 5: le materie più belle.

Ricorda: Un insieme è un gruppo d'oggetti, detti **elementi**, aventi una o più caratteristiche ben definite.

Esercizio:

Determina, motivando, quali dei seguenti gruppi rappresentano o non rappresentano degli insiemi; in caso affermativo li rappresenti nei tre modi visti.

- Gli alunni della classe abitanti a Lugano……
- I giorni della settimana più piacevoli. ……
- Gli alunni della classe bravi in matematica……
- I giorni della settimana che iniziano con m……
- I mesi dell'anno che hanno 30 giorni……
- I mesi dell'anno con 32 giorni……
- Gli allievi di prima media alti due metri……

Dopo questi esempi hai notato che v'è un insieme particolare; vale a dire l'insieme che non possiede elementi, esso è detto insieme vuoto e viene contrassegnato con i seguenti simboli: $\mathbf{A} = \{\ \}$; non inserisco elementi nell'insieme oppure $\emptyset$

Esercizio: Fai degli esempi d'insiemi vuoti, definendoli per caratteristica.

L'insieme dei numeri naturali: $\mathbb{N}$

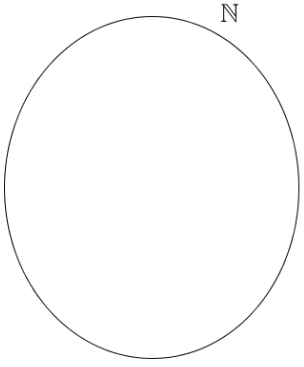
I numeri, senza virgola, che hai sempre utilizzato formano l'insieme dei numeri Naturali, che matematicamente definiamo nel seguente modo:

$\mathbb{N} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è un numero naturale } \}$, definendo l'insieme per ……

si legge: **x appartiene all'insieme dei numeri Naturali** oppure **x è elemento di N**.

Dove per **x** s'intende un qualsiasi elemento.

$\mathbb{N} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$; definendo l'insieme per ……



definendo l'insieme con il …… ……

Completa con: $\in$ (appartiene) oppure $\notin$ (non appartiene)

$0 \ldots\ldots \mathbb{N}$; $1{,}2 \ldots\ldots \mathbb{N}$; $102 \ldots\ldots \mathbb{N}$; $2^2 \ldots\ldots \mathbb{N}$; $1^0 \ldots\ldots \mathbb{N}$;

$x \ldots\ldots \mathbb{N}$; $3^4 \ldots\ldots \mathbb{N}$; $10^{23} \ldots\ldots \mathbb{N}$; $3{,}5^2 \ldots\ldots \mathbb{N}$; $0^4 \ldots\ldots \mathbb{N}$;

Osservazione: Molte volte, e ti puoi chiedere come mai, per comodità, si usa non considerare lo zero con **i numeri Naturali**, utilizzando lo stesso simbolo con l'asterisco, nel seguente modo: $\mathbb{N}^* = \{1; 2; 3; 4 ; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\} $; definito per ……

$\mathbb{N}^* = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è un numero naturale escluso lo zero.}\}$; definito per ……

L'insieme dei numeri naturali può essere rappresentato su una retta, nel seguente modo:



Completa con il simbolo di $<$; $=$; $>$.

0 ……3 ; 3 ……1 ; 11 ……13 ; 1^4 ……4^1 ; 3^2 ……2^3; 5^2 ……2^5; 4^2 ……2^4; 1001……1002

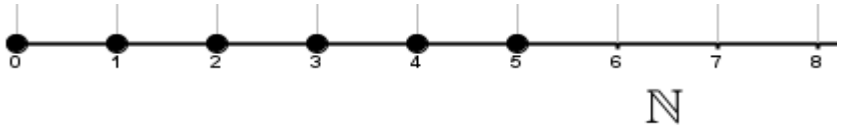
Conclusione: un numero più ……è sempre a ……rispetto al numero maggiore.

Esercizio. Indica il numero naturale che sulla retta numerica occupa il punto che si trova esattamente a metà tra i punti corrispondenti ai numeri:

0 – 2; 3 – 9 ; 2 – 12 ; 22 – 20 ; 98 – 200 ; 301 – 179 ; 1004 – 208 ; 3003 – 1237 ; 37 – 98;

Osservazione: Utilizzando la retta numerica abbiamo la possibilità di definire un insieme:

Esempio 1

A= 

Definisci l'insieme A per elencazione:

Definisci l'insieme A per caratteristica:

Definisci l'insieme A con il diagramma di Venn:

Esempio 2

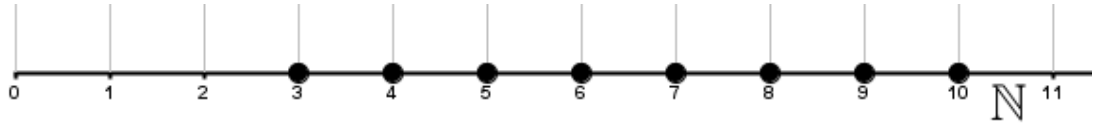
B= 

Definisci l'insieme B per elencazione:

Definisci l'insieme B per caratteristica:

Definisci l'insieme B con il diagramma di Venn:

Esempio 3

C= 

Definisci l'insieme C per elencazione:

Definisci l'insieme C per caratteristica:

Definisci l'insieme C con il diagramma di Venn:

Esercizio.

Definisci nel modo mancante i seguenti insiemi.

$A = \{0\,;1;2;4\}$; $B = \{100\,;101;102\,;103\,;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..\}$; $C = \{100\,;101;102\,;103\,\}$;

$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 7\}$ $E = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 7\}$ $F = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 7\}$; $G = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 23\}$

Definisci per elencazione e per caratteristica, in un altro modo, i seguenti.

$H = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 4 \text{ e } x \leq 9\}$; $I = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 7 \text{ e } x < 12\}$; $L = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 4 \text{ e } x \leq 9\}$;

Ora devi svolgere gli esercizi BM1 pag. 113 – 115 es. 33 - 43

Sottoinsieme.

Dati gli insiemi:

$A = \{x \mid \text{lettera della parola matematica}\}$; $B = \{x \mid \text{vocale della parola matematica}\}$

Definisci per elencazione i due insiemi.

……

Cosa noti?

……

Rappresenta i due insiemi con un unico diagramma di Venn, tenendo presente le osservazioni fatte.

Matematicamente diremo che l'insieme B è sottoinsieme (incluso) dell'insieme A, matematicamente scriveremo: $\mathbf{B \subset A}$; oppure che l'insieme A include l'insieme B, matematicamente scriveremo: $\mathbf{A \supset B}$

Esercizi.

Dopo averli definiti per elencazione rappresenta le seguenti situazioni; cosa puoi dire?

a) L'insieme delle cifre e quello delle cifre pari.
b) L'insieme della tua classe e quello delle ragazze della tua classe.

L'insieme vuoto.

Definisci per elencazione i seguenti insiemi, cosa noti?

$A = \{x|x \text{ allievo di prima media di 15 anni.}\}$

$B = \{x|x \text{ numero palindromo con tutte le cifre diverse}\}$

……

……

Un insieme che non possiede elementi è detto Insieme vuoto e matematicamente scriveremo: $A = \{\ \}$; oppure $A = \emptyset$

Chiaramente l'insieme vuoto è ……d'ogni insieme.

Fai degli esempi d'insiemi vuoti.