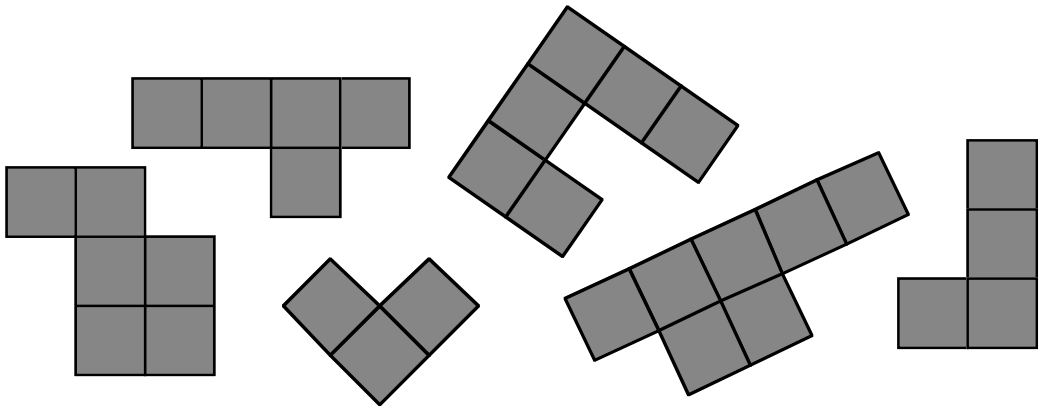
	Titolo	*Livello*								*Origine*	*Ambiti*
1	Un pezzo in più	**3**								10.F.01	Ricomposizione di un quadrato
2	Il naso di Pinocchio	**3**	**4**							7.II.04	Successione di addizioni e sottrazioni
3	Una bella gara	**3**	**4**	**5**						CB	Relazioni tra tre numeri (somma, doppio)
4	Il codice della cassaforte	**3**	**4**	**5**						BE	Relazioni tra le cifre di un numero
5	Trenini	**3**	**4**	**5**						GTAL+UD	Prealgebra, combinazioni di tre prezzi espressi con numeri naturali
6	Tiro al bersaglio		**4**	**5**	**6**					SI	Scomposizione di un numero in unità, decine, centinaia
7	Le scatole di Caterina		**4**	**5**	**6**					PR	Sviluppo e volume del parallelepipedo
8	Tre, quattro o cinque dinosauri?			**5**	**6**	**7**				BB	Prealgebra $3d + 15 = 5d - 11$
9	La vetrata			**5**	**6**	**7**	**8**			LY	Pavimentazione con rettangoli di area indicata
10	Quadrilateri				**6**	**7**	**8**			BB	Disegno di quadrilateri di area data, su una quadrettatura
11	Numeri e dadi				**6**	**7**	**8**			PR	Disposizione ottimale di numeri (0-9) sulle facce di due dadi
12	In latteria				**6**	**7**	**8**			PU	Ricerca del 4° proporzionale tra tre grandezze
13	Poligoni					**7**	**8**	**9**	**10**	UD	Ricerca di poligoni, in funzione del numero dei loro lati
14	Una strana moltiplicazione					**7**	**8**	**9**	**10**	14F.15	Multipli, algoritmo della moltiplicazione
15	Un quarto segmento e molti triangoli						**8**	**9**	**10**	BB	Geometria, conteggio di triangoli
16	Spostamenti							**9**	**10**	MI	Lettura di grafici per determinare un percorso
17	Palloncini							**9**	**10**	LU	Teorema di Pitagora
18	Luca e Marco in viaggio							**9**	**10**	BL	Fusi orari
19	Quadrati e diagonali							**9**	**10**	17.I.20	Quadrati di una griglia attraversati da una diagonale

1. UN PEZZO IN PIÙ (Cat. 3)

Aurelia ha formato un quadrato con i cinque pezzi del suo puzzle.

Purtroppo il suo fratellino Teo lo ha disfatto e ha aggiunto un pezzo preso da un altro puzzle.

Ecco i sei pezzi:



Ricostruite con cinque pezzi il puzzle quadrato di Aurelia e indicate il pezzo che ha aggiunto Teo.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Costruire un puzzle quadrato formato da cinque pezzi a partire da sei pezzi di cui uno è in più e identificare quest'ultimo.

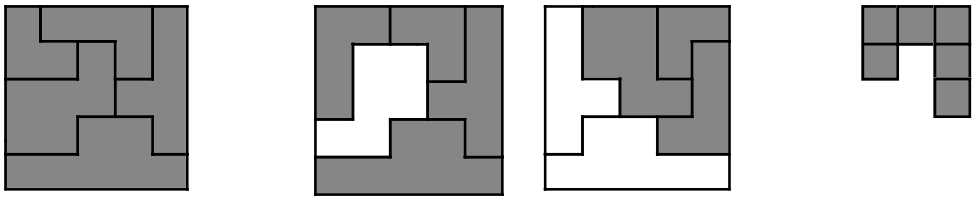
Analisi del compito

- Osservare e ritagliare i pezzi del puzzle. Provare a costruire un quadrato lasciando da parte di volta in volta uno dei pezzi. Scoprire quindi qual è il pezzo in più.

Oppure

- - Osservare e manipolare i pezzi, constatare che il quadrato più grande possibile che si può costruire con i 31 quadratini totali non può che essere un quadrato da 25 (2×5) quadratini
- Ricostituire il puzzle lasciando da parte uno dei due pezzi da 6 quadratini e, in caso di insuccesso, ricominciare cambiando il pezzo.
- Esempi di soluzioni (si accettano anche quelle in cui uno o più pezzi sono ribaltati)

senza ribaltare pezzi | con uno o due pezzi ribaltati | pezzo in più



Attribuzione dei punteggi

4 Uno dei puzzle ricostruito (disegno o collage) con l'indicazione del pezzo in più

3 Uno dei puzzle ricostruito senza indicare il pezzo in più

2 Un quadrato con almeno 3 pezzi corretti e gli altri diversi da quelli dati e il pezzo in più corretto

1 Disegno o ricostruzione non corretta: meno di tre pezzi corretti, pezzi modificati, puzzle non quadrato, errori sul pezzo in più

0 Incomprensione del problema

Livello: 3

Origine: 10.F.01

2. IL NASO DI PINOCCHIO (Cat. 3, 4)

Il naso di Pinocchio è lungo 5 centimetri.

Quando Pinocchio dice una bugia la Fata dai capelli turchini glielo fa allungare di 3 centimetri, ma quando Pinocchio dà una risposta sincera la Fata glielo fa accorciare di 2 centimetri.

Alla fine della giornata Pinocchio ha detto 7 bugie e ha il naso lungo 20 centimetri.

Quante risposte sincere ha dato Pinocchio alla Fata nel corso della giornata?

Mostrate come avete fatto a trovare la risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

In una successione di trasformazioni additive (addizioni e sottrazioni) che conducono da 5 a 20 con sette addizioni (+3) e alcune sottrazioni (-2), trovare il numero di queste ultime.

Analisi del compito

- Appropriarsi della situazione e comprendere che cosa succede quando Pinocchio dice una bugia (+3) e quando dice la verità (-2)
- Rendersi conto che non si conosce l'ordine secondo il quale si effettuano queste operazioni, ma che si sa che ci sono 7 addizioni (+3) a partire da 5 e che bisognerà trovare il numero di sottrazioni (-2) per arrivare a 20.
- Procedere partendo dalla lunghezza iniziale del naso (5 cm) aiutandosi eventualmente con una rappresentazione grafica:
  - o alternare i 7 allungamenti (+3) con le diminuzioni (-2) fino ad ottenere la lunghezza finale (20 cm)
  - o addizionare il 3 per 7 volte ed arrivare a 26, poi sottrarre 2 fino ad arrivare a 20 (3 volte)

Oppure

- Trovare di quanto si allunga il naso con le 7 bugie: $7 \times 3 = 21$ cm; ai 5 cm iniziali aggiungere i 21 cm dell'allungamento per trovare la lunghezza che avrebbe il naso se Pinocchio avesse detto solo bugie: $5 + 21 = 26$; constatare che, se alla fine della giornata, il naso di Pinocchio è lungo 20 cm, significa che si è accorciato di 6 cm; trovare il numero delle verità: 3 ($6 \div 2$)

Oppure

- Constatare che il naso alla fine si è allungato di 15 cm ($20 - 5$), mentre avendo Pinocchio detto 7 bugie, si sarebbe dovuto allungare di 21 cm; dedurre che i 6 cm ($21 - 15$) in meno sono dovuti all'aver detto 3 ($6 \div 2$) verità.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (3 risposte sincere) con descrizione della procedura (calcoli, rappresentazioni grafiche, racconto della procedura, …) che mostri come si è arrivati alla soluzione

3 Risposta corretta con descrizione parziale o poco chiara

2 Risposta corretta senza alcuna spiegazione
oppure risposta errata a causa di un errore di calcolo con descrizione

1 Inizio di ricerca coerente senza giungere alla conclusione
oppure risposta errata a causa di più errori di calcolo

0 Incomprensione del problema

Livello: 3, 4

Origine: 7.II.04

3. UNA BELLA GARA (Cat. 3, 4, 5)

Dieci bambini hanno partecipato ad una gara di corsa. Le loro magliette erano contrassegnate con i numeri da 1 a 10.

Sommando i numeri scritti sulle magliette dei primi tre arrivati si ottiene 19.

Il numero sulla maglietta del bambino arrivato terzo è il doppio del numero scritto sulla maglietta di quello che è arrivato secondo.

Trovate tutti i numeri che potrebbero essere scritti sulla maglietta del vincitore, del secondo e del terzo arrivato, scriveteli indicando l'ordine di arrivo di ciascuno.

Mostrate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Trovare, tra i numeri da 1 a 10, tre numeri di cui è nota la somma (19), sapendo che uno dei tre è il doppio di uno degli altri due.

Analisi del compito

- Capire che i numeri possibili sono compresi tra 1 e 10, che è necessario trovarne tre che hanno come somma 19 e che tra questi tre, il terzo è doppio del secondo e il primo numero è quello del vincitore.
- Procedere in modo più o meno organizzato cercando terne di numeri, verificando se le condizioni del problema vengono rispettate e trovare così le tre "classifiche": (10 ; 3 ; 6), (7 ; 4 ; 8), (4 ; 5 ; 10) (l'ordine delle terne coincide con quello di arrivo).

Oppure

- Procedere sistematicamente scrivendo tutte le somme di tre numeri presi tra i numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e quindi tenere solo le terne che verificano le due condizioni (somma 19 e un numero doppio di un altro): (3 ; 6 ; 10),(4 ; 8 ; 7),(5 ; 10 ; 4) e poi ordinare le terne secondo l'ordine di arrivo.

Ci sono ancora numerosi altri modi di trovare le terne e di mettere in evidenza il numero del primo arrivato.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta: le tre soluzioni (10 ; 3 ; 6), (7 ; 4 ; 8), (4 ; 5 ; 10) espresse in qualsiasi modo (per esempio "il primo ha il numero 10, il secondo il 3 e il terzo il 6; …" oppure con una tabella, …), con descrizione chiara e completa della procedura (per esempio l'elenco dei tentativi o la verifica delle condizioni)

3 Risposta corretta con descrizione incompleta o poco chiara della procedura
oppure solo 2 soluzioni trovate con descrizione chiara e completa della procedura
oppure una delle tre soluzioni non rispetta l'ordine d'arrivo

2 Risposta corretta senza spiegazioni
oppure solo 2 soluzioni trovate con descrizione incompleta o poco chiara della procedura
oppure solo 1 soluzione trovata con descrizione chiara e completa della procedura
oppure due o tre soluzioni che non rispettano l'ordine d'arrivo

1 Una o due soluzioni trovata, senza spiegazioni.
oppure indicate terne che non tengono conto di tutte le condizioni (per esempio somma 19, ma che non rispetta l'ordine interno o il rapporto tra il secondo e il terzo)

0 Incomprensione del problema

Livello: 3, 4, 5

Origine: Campobasso

4. IL CODICE DELLA CASSAFORTE (Cat. 3, 4, 5)

Per aprire la sua cassaforte, Giulia ha bisogno di un codice che è un numero di tre cifre.

Non lo ricorda più, ma è sicura che:

- il codice è un numero compreso tra 500 e 600;
- due cifre sono uguali;
- la somma delle cifre è 17.

Quale può essere il codice che apre la cassaforte di Giulia?

Cercate tutte le possibilità e dite come avete fatto a trovarle.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Trovare i numeri naturali compresi tra 500 e 600 che hanno due cifre uguali e la cui la somma delle cifre è 17.

Analisi del compito

- Comprendere che ci possono essere diversi codici e che è necessario trovarli tutti.
- Comprendere che la prima cifra del codice deve essere necessariamente 5.
- Esaminare tutti i numeri compresi tra 500 e 600 mantenendo solo quelli che hanno due cifre uguali e la cui somma delle cifre è uguale a 17 (o meglio ancora – perché più rapido ed esattamente equivalente – la cui somma delle cifre è uguale a 12).

Oppure

- Limitare la ricerca dei codici a quelli la cui somma delle ultime due cifre è uguale a 12, sono 539, 548, 557, 566, 575, 584, 593.
- Nella lista ottenuta, tenere solo quelli che hanno due cifre uguali: 557, 575, 566

Oppure

- Comprendere che è necessario avere due cifre uguali e provare prima con il 5. Affinché la somma sia 17, se ci sono due cifre 5, la terza deve essere necessariamente 7. Si ottengono i codici 557 et 575.
- Cercare quale può essere un'altra cifra che compare due volte, diversa da 5. Poiché il doppio di questa cifra deve essere uguale a 12, può essere solo il 6. Si ottiene così il codice 566.
- Constatare che sono stati esplorati tutti i casi tenendo conto delle condizioni "essere entro 500 e 600" (il numero deve dunque iniziare con la cifra 5) e "avere due cifre uguali" (che possono solo essere la cifra 5 e la cifra 6).

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (i tre codici 557, 566 e 575) con spiegazioni chiare e complete della procedura utilizzata (per esempio l'elenco dei tentativi, controllo e verifica del perché i numeri rispettano i vincoli, …)

3 Risposta corretta con spiegazione parziale o non chiara (elenco senza le spiegazioni di come i numeri sono stati trovati)
oppure solo due codici con spiegazione chiara

2 Risposta corretta senza spiegazioni
oppure due codici con spiegazione parziale o non chiara
oppure un solo codice con spiegazione chiara

1 Inizio di ricerca corretta, per esempio solo i numeri che rispettano due vincoli
oppure due codici senza spiegazione
oppure un solo codice con spiegazione parziale o poco chiara o senza spiegazione

0 Incomprensione del problema

Livello: 3, 4, 5

Origine: Belgique

5. TRENINI (Cat 3, 4, 5)

Nel negozio di giocattoli si possono comprare locomotive, vagoni passeggeri oppure vagoni merci con cui costruire il trenino desiderato.



I tre elementi hanno prezzi diversi.

Tutte le locomotive hanno lo stesso prezzo, tutti i vagoni passeggeri hanno lo stesso prezzo, tutti i vagoni merci hanno lo stesso prezzo.



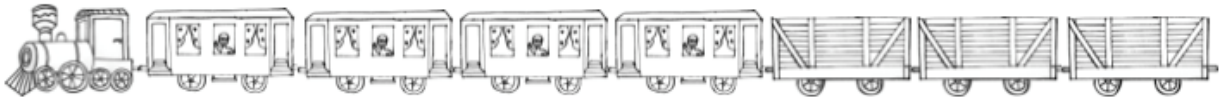
Il prezzo di questo trenino è 35 euro



Il prezzo di questo trenino è 25 euro



Il prezzo di questo trenino è 34 euro



Qual è il prezzo di questo trenino?

Mostrate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

A partire da tre composizioni differenti, ottenute usando un certo numero di elementi di tre tipi diversi, e conoscendo il valore di ogni composizione, determinare il valore di una quarta composizione che contiene un numero diverso degli stessi elementi (L + 5P + M = 35 – L + 3P + M = 25 – L + 3P + 4M = 34 → L + 4P + 3M = ?)

Analisi del compito

- Capire che i tre elementi da cui è formato il treno hanno un costo diverso uno dall'altro e che elementi dello stesso tipo hanno lo stesso prezzo.
- Comprendere che la differenza di prezzo tra i trenini dipende dalla tipologia degli elementi utilizzati per comporli, dal loro numero e dal loro prezzo
- Osservare attentamente i disegni dei trenini e rendersi conto che il primo differisce dal secondo per due vagoni passeggeri, quindi la differenza di prezzo, 10 € (35 − 25), è da attribuire a questi due vagoni. Il prezzo di un vagone passeggeri sarà, allora, di 5 € (10 ÷ 2).
- In modo analogo, confrontando il secondo e il terzo trenino, osservare che differiscono per 3 vagoni merci e quindi la differenza di prezzo 9 € (34 − 25) è equivalente al prezzo di questi tre vagoni. Il prezzo di un vagone merci sarà, allora, di 3 € (9 ÷ 3).

Infine si può trovare il costo della locomotiva, a partire da uno qualsiasi dei treni di cui si conosce il prezzo, trovando il costo totale dei vagoni passeggeri e quello dei vagoni merci e togliendoli dal totale (treno 1: 35 - (5 × 5 + 3) = 7; treno 2: 25 - (5 × 3 + 3) = 7; treno 3: 40 - (3 × 5 + 6 × 3) = 7

- Calcolare il valore dell'ultimo treno: 7 (L) + 4 × 5 (VP) + 3 × 3 (VM) = 36 €

Oppure

Una volta trovato il prezzo del vagone merci (3 €) e di quello passeggeri (5 €) nel modo descritto sopra, osservare che il trenino scelto da Andrea è come quello che costa 34 € con un vagone passeggeri al posto di un vagone merci e concludere che il trenino di Andrea costa quindi 2 € (5 − 3) in più, cioè 36 €

Oppure

Procedere per tentativi più o meno organizzati assegnando un ipotetico valore ad un elemento e verificando di volta in volta la correttezza dell'ipotesi confrontandola con i prezzi conosciuti.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (36 euro) con l'indicazione chiara della procedura seguita (prezzo dei diversi vagoni ed eventualmente della locomotiva; in caso di procedura per tentativi verifica della correttezza nelle tre situazioni date)

3 Risposta corretta con un procedimento poco chiaro o incompleto (per esempio senza il prezzo dei singoli elementi o senza i calcoli che permettono di trovare il prezzo totale; in caso di procedura per tentativi, mancanza della verifica)

2 Risposta corretta senza alcuna spiegazione
oppure, risposta errata dovuta ad un errore di calcolo

1 Inizio di ricerca corretta che mostri comprensione della situazione (per esempio qualche tentativo per trovare il costo dei tre elementi, ma senza arrivare al risultato corretto)

0 Incomprensione del problema

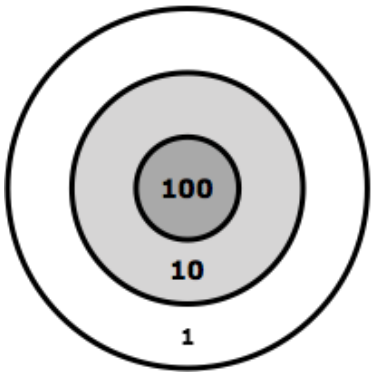
Livello: 3, 4, 5

Origine: Gruppo Algebra + Udine (rivisitazione per categorie basse del problema Tessere magnetiche, 24,I,13)

6. TIRO AL BERSAGLIO (Cat. 4, 5, 6)

Tom si diverte a giocare al tiro al bersaglio.

Ha 25 freccette e un bersaglio come quello disegnato qui a fianco.



Ogni volta che Tom lancia una freccetta può ottenere

- 100 punti se colpisce la zona « 100 »;
- 10 punti se colpisce la zona « 10 »;
- 1 punto se colpisce la zona « 1 »;
- 0 punti se non colpisce il bersaglio

Dopo aver lanciato tutte le sue freccette, Tom ha totalizzato 123 punti.

Quante possono essere le freccette che hanno colpito il bersaglio e in quali zone?

Indicate tutte le possibilità e, per ognuna di esse, dite qual è il numero delle freccette arrivate sul bersaglio e quali zone hanno colpito.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Trovare il numero di addendi (massimo 25) da 100, 10, 1 che sommati tra loro danno un numero dato (123)

Analisi del compito

- Capire come è fatto il bersaglio: la zona esterna vale un punto, la zona intermedia 10 punti e quella centrale 100 punti; se non si colpisce il bersaglio si ottengono 0 punti
- Comprendere che il punteggio 123 è la somma dei punti ottenuti dalle freccette che hanno colpito il bersaglio e che queste non sono necessariamente tutte e 25.
- Rendersi conto che la zona centrale può essere stata colpita al massimo con una freccetta (altrimenti il punteggio sarebbe uguale o maggiore di 200), quella intermedia al massimo da 12 freccette (altrimenti il punteggio sarebbe uguale o maggiore di 130), quella esterna al massimo da 23 freccette (altrimenti se fossero 24 non si potrebbe ottenere il punteggio 123 con l'ultima freccetta, così come non lo si otterrebbe se tutti le freccette finissero in questa zona).
- Procedere per tentativi, meglio se organizzati, e scomporre il numero 123 come somma di centinaia, decine e unità, tenendo presente che un centinaio corrisponde a una freccetta nella zona centrale, una decina a una freccetta nella zona intermedia e una unità a una freccetta nella zona esterna.
- Tenendo sotto controllo il numero dei lanci fatti, trovare le scomposizioni:
  - 6 freccette: **1** × 100 + **2** × 10 + **3** × 1 = 123
  - 15 freccette: **1** × 100 + **1** × 10 + **13** ×1 = 123 oppure **12** × 10 + **13** × 1 = 123
  - 24 freccette: **1** × 100 + **23** × 1 = 123 oppure **11** × 10 + **13** × 1 = 123

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta e completa: 6, 15, 24 con l'elenco completo di tutte le cinque possibilità (vedi analisi del compito)

3 Risposta corretta, ma non completa: individuati i numeri 6, 15 e 24, ma per 15 e/o 24 fornita solo una possibilità di posizionamento di freccette
oppure risposta corretta ma non completa 6, 15 o 6, 24, ma con entrambe le possibilità per 15 e/o 24 freccette
oppure individuati correttamente tutti i possibili posizionamenti ma non esplicitato il relativo numero delle freccette
oppure risposta con tutte le cinque possibilità corrette e una o due possibilità con 33 freccette (**10** × 10 + **23** × 1) oppure 123 freccette (**123** × 1), non rispettando il numero massimo di 25 freccette

2 Risposta corretta ma non completa ovvero solo 6 e 15, oppure solo 6 e 24 e per 15 o 24 è data soltanto una possibilità di posizionamento delle freccette per ciascun caso
oppure indicati tre possibili posizionamenti delle freccette senza esplicitare il loro numero

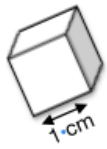
1 Inizio di ragionamento corretto: trovata solo la possibilità con 6 freccette
oppure risposta corretta ma non completa (6, 15, 24) senza indicazione del posizionamento delle freccette
oppure indicati tre possibili posizionamenti, ma uno di questi è sbagliato

0 Incomprensione del problema

Livello: 4, 5, 6

Origine: Siena

7. LE SCATOLE DI CATERINA (Cat. 4, 5, 6)



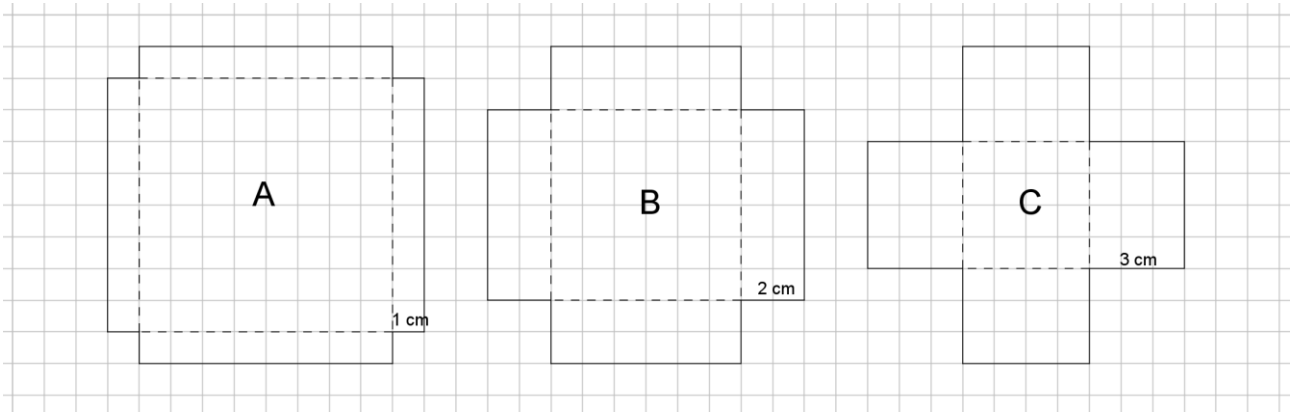
Caterina ha 70 cubetti tutti uguali con le facce di 1 centimetro di lato.

Caterina vuole costruire una scatola senza coperchio che contenga tutti i cubetti.

Prende tre cartoncini quadrati uguali, con il lato che misura 10 centimetri.

Da ciascuno di essi ritaglia in ogni angolo un quadrato: nel cartoncino A il lato di ogni quadrato ritagliato misura 1 cm, nel cartoncino B misura 2 cm e nel cartoncino C misura 3 cm.

Ecco i disegni dei cartoncini dopo che sono stati ritagliati i quadrati



Caterina piega poi i cartoncini lungo le linee tratteggiate e costruisce le tre scatole, senza coperchio, attaccando le facce con del nastro adesivo.

Quale scatola potrà contenere tutti i cubetti di Caterina senza che questi sporgano dalla scatola?.

Mostrate come avete fatto a individuare la scatola giusta e spiegate perché è l'unica che può essere scelta da Caterina.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

A partire dall'osservazione di tre sviluppi di parallelepipedi mancanti di una faccia, stabilire quale può da dare origine ad una scatola che possa contenere un determinato numero di cubetti (70) di volume assegnato (1 cm^3).

Analisi del compito

- Osservare le figure e rendersi conto che esse mostrano i tre cartoncini dopo che da ciascuno sono stati ritagliati negli angoli quattro quadrati uguali, ma con lato diverso in ogni cartoncino (1 cm, 2 cm, 3 cm)
- Rendersi conto che, piegando i cartoncini lungo le linee tratteggiate e unendo poi le facce laterali, si ottengono scatole a forma di parallelepipedo a base quadrata con altezze diverse e diverso spigolo di base
- Capire che l'altezza di ogni scatola è uguale al lato di un quadratino ritagliato dal cartoncino e su ogni livello (strato) si può disporre al massimo lo stesso numero di cubetti.
- Capire che per poter riempire le scatole con il maggior numero di cubetti bisogna sistemarli uno vicino all'altro per non lasciare spazi vuoti tra di loro.
- Capire che ogni quadretto che forma la base di ogni scatola coincide con una faccia del cubetto e che perciò sul fondo di ciascuna scatola si potranno sistemare tanti cubetti quanti sono i quadretti
- Contare o calcolare il numero di cubetti che si possono mettere sul fondo di ogni scatola, rispettivamente di 64, 36 e 16 cubetti.
- Poiché l'altezza della scatola A è uguale allo spigolo del cubetto, la scatola si può riempire con un unico strato (64 cubetti, 8×8), mentre la scatola B può contenere due strati di cubetti, quindi la scatola B può contenere al massimo 72 cubetti ($36 + 36$ oppure 36×2), la scatola C può contenere tre strati, quindi 48 cubetti ($16 + 16 + 16$ oppure 16×3).
- Concludere che l'unica scatola che può contenere tutti i 70 cubetti è la scatola B.

Oppure

Ritagliare le figure e costruire le scatole unendo con il nastro adesivo le facce laterali; se si hanno a disposizione cubetti di 1 cm^3 provare a riempire almeno il primo strato per capire come contare tutti i cubetti che ogni scatola può contenere, altrimenti immaginarsi la disposizione dei cubetti. Calcolare poi quanti sono i cubetti che ciascuna scatola può contenere.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (scatola B) con descrizione chiara e completa (almeno la determinazione del numero massimo di cubetti che ogni scatola può contenere: B 72, A 64, C 48 e i motivi per cui la scatola B è l'unica che può contenere tutti i cubetti perché $72 > 70$ mentre 64 e 48 sono minori di 70

3 Risposta corretta con descrizioni parziali o poco chiare della procedura (ad esempio determinazione di 72, 64 e 48, senza spiegare la scelta della scatola B)

2 Risposta corretta (scatola B) senza descrizione della procedura

oppure calcolo dei cubetti di ogni scatola (72, 64 e 48), senza dire qual è la scatola scelta.

1 Inizio di ricerca coerente per esempio trovato il numero di cubetti che si possono sistemare sulla base di ciascuna scatola (64, 36, 16)

oppure risposta corretta in base all'affermazione che la scatola A è troppo bassa e che la scatola C è troppo stretta senza tener conto delle altre dimensioni.

0 Incomprensione del problema

Livello: 4, 5, 6

Origine: Parma

8. TRE, QUATTRO O CINQUE DINOSAURI? (Cat. 5, 6, 7)

Con i suoi risparmi Tommaso vuole comprare alcuni modellini di dinosauro.

Nel negozio di giocattoli, questi modellini hanno tutti lo stesso prezzo.

Tommaso si accorge che:

- se compra tre modellini, gli rimangono 15 €;
- gli mancano 11 € per poter comprare cinque modellini.

Tommaso ha abbastanza denaro per comprare quattro modellini di dinosauro?

Se ha abbastanza denaro a disposizione, quanto gli resterà?

Se non ne ha abbastanza, quanto gliene manca?

Mostrate come avete fatto a trovare la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Trovare il prezzo di 4 oggetti identici (d), sapendo che $3d + 15 = 5d - 11$

Analisi del compito

- Comprendere che il prezzo di tre dinosauri aumentato di 15 € è uguale al prezzo di cinque dinosauri diminuito di 11 € e che questa somma è quella posseduta da Tom.
- Comprendere che è necessario trovare il costo di quattro dinosauri e la somma posseduta da Tommaso e confrontare questi due valori.
- Procedere per tentativi e aggiustamenti ipotizzando il prezzo di un dinosauro e rispettando i vincoli contenuti nell'enunciato. Dopo aver trovato il prezzo di un dinosauro (13 €)
  - o trovare il costo di 4 dinosauri (52 €) e la somma posseduta da Tommaso (54 € = 3 × 13 + 15 oppure 5 × 13 - 11) e concludere che può acquistare i quattro dinosauri perché costano 52 € e lui ne ha 54
  - o accorgersi che con i 15 € che gli restano se compra 3 dinosauri, può comprarne ancora uno e gli restano 2 €

Oppure procedere per deduzione (anche aiutandosi con una rappresentazione grafica)

- La differenza di prezzo fra tre dinosauri e cinque dinosauri è uguale a 26 € (15 € + 11 €). Essa corrisponde al prezzo di due dinosauri, da cui si ricava il prezzo di un dinosauro (13 €). Concludere utilizzando una delle procedure descritte sopra.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta "potrà comprare quattro dinosauri e gli resteranno 2 €", oppure solo "gli resteranno 2 €", con descrizione chiara e completa della procedura (elenco dei tentativi per trovare i 13 € o la verifica a partire dal prezzo trovato …)

3 Risposta corretta con descrizione della procedura poco chiara o non completa
oppure risposta "sì", ma non indicato il resto che comunque appare nella descrizione della procedura che deve essere chiara e completa

2 Risposta corretta senza spiegazioni
oppure procedimento corretto e ben descritto, ma conclusioni errate dovute ad un errore di calcolo.

1 Inizio di ricerca corretta, che mostri la comprensione della situazione
oppure risposta "sì" senza spiegazioni

0 Incomprensione del problema

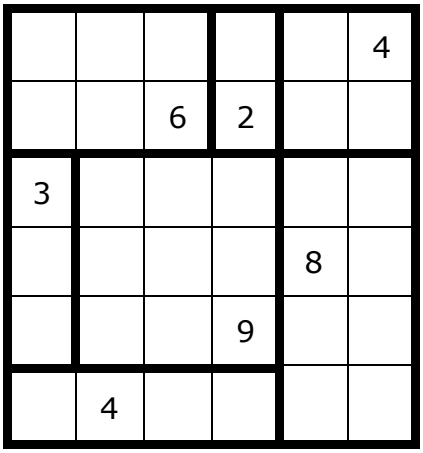
Livello: 5, 6, 7

Origine: Bourg-en-Bresse

9. LA VETRATA (CAT. 5, 6, 7, 8)

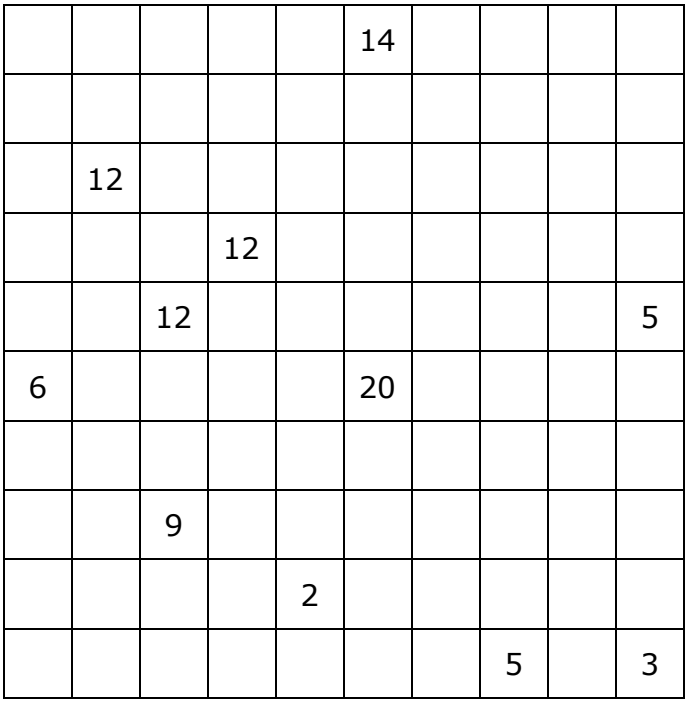
Clara realizza vetrate composte da rettangoli, alcuni dei quali possono essere quadrati.

Ecco il progetto dell'ultima vetrata che ha creato



Il numero scritto in ciascun rettangolo è uguale al numero di quadretti che lo compongono.

Clara vuole realizzare un'altra vetrata composta da 11 rettangoli: uno da 20 quadretti, uno da 14 quadretti, tre da 12 quadretti, uno da 9 quadretti, uno da 6 quadretti, due da 5 quadretti, uno da 3 quadretti e uno da 2 quadretti, seguendo il progetto che vedete qui sotto.



I numeri dei quadretti da cui essi sono formati sono già scritti all'interno dei rettangoli che si devono disegnare.

Disegnate sul progetto i rettangoli che Clara ha in mente per la sua vetrata.

(Se non li trovate tutti, disegnate almeno quelli che avete trovato)

ANALISI A PRIORI

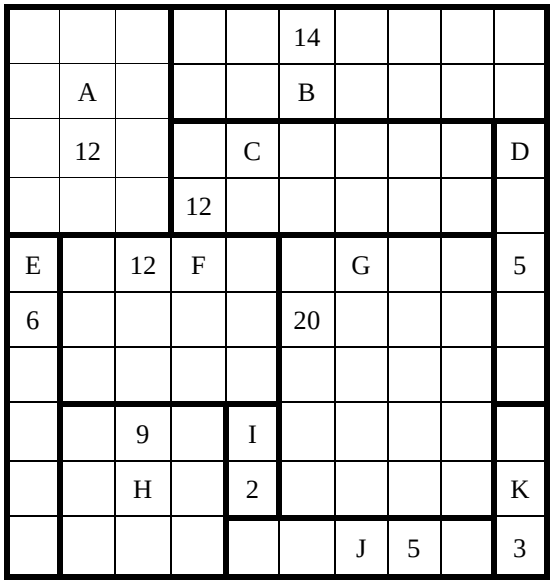
Compito matematico

In una griglia a maglie quadrate, disegnare i rettangoli che la piastrellino conoscendo l'area di ciascuno di essi (con un quadretto della griglia come unità di area) e la posizione di uno dei quadretti che la compone.

Analisi del compito

- Comprendere con l'aiuto del progetto della prima vetrata realizzata da Clara, che ciascun numero rappresenta l'area in numero di quadretti di ogni rettangolo ed è scritto in un quadretto del rettangolo stesso

- Procedere per deduzioni successive partendo dai rettangoli che hanno una sola posizione possibile (K e F) perché qualsiasi altra posizione li collocherebbe su un quadretto con il numero di un altro rettangolo, e ragionare sui numeri che esprimono le aree, per arrivare alla soluzione qui rappresentata



Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (gli 11 rettangoli disegnati al posto giusto)

3 Risposta con 9 o 10 rettangoli ben disegnati senza nessun rettangolo sbagliato (restano dei buchi).

2 Risposta che mostra 7 o 8 rettangoli ben disegnati e senza errori
oppure più di 7 rettangoli ben disegnati ma presenza di errori (sovrapposizioni, …)
oppure piastrellatura della griglia con 11 rettangoli che rispettano le dimensioni ma non le posizioni (non includono il quadretto con il numero che indica l'area)

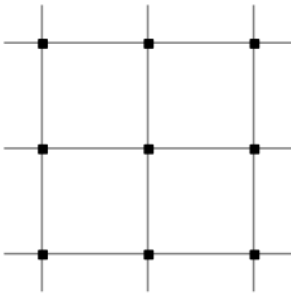
1 Inizio di ricerca coerente (ad esempio almeno 6 rettangoli posizionati correttamente).
oppure risposta (anche parziale) errata dal punto di vista delle posizioni, ma corretta per le dimensioni

0 Incomprensione del problema o meno di 6 rettangoli corretti

Livello: 5, 6, 7, 8

Origine: Lyon

10. QUADRILATERI (Cat. 6, 7, 8)



Giuliana vuole disegnare su questa griglia composta da quattro quadrati, il maggior numero di quadrilateri che rispettino le seguenti condizioni:

- devono avere i vertici sui nodi della griglia;
- devono avere un'area uguale a quella di due quadrati della griglia;
- devono essere tutti diversi (non deve essere possibile, in alcun modo, sovrapporli esattamente)

Quanti quadrilateri diversi tra loro potrà trovare Giuliana?

Disegnateli tutti.

ANALISI A PRIORI

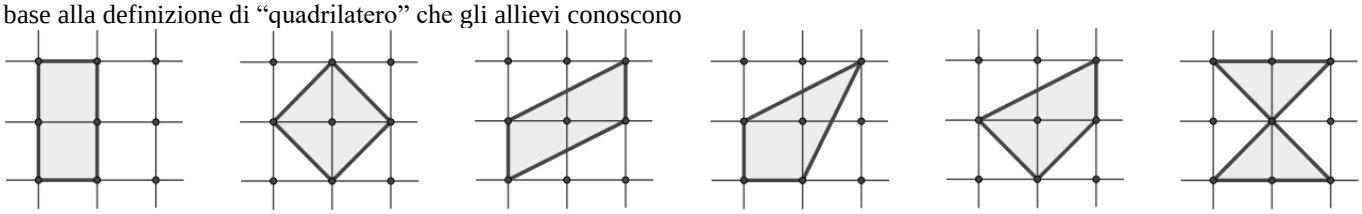
Compito matematico

Su una quadrettatura a maglia quadrata (2 x 2), disegnare tutti i quadrilateri non congruenti che hanno per vertici i nodi della quadrettatura e area 2, prendendo come unità di misura l'area di un quadrato della quadrettatura.

Analisi del compito

- Appropriarsi delle condizioni dell'enunciato: area 2 e vertici sui nodi della quadrettatura
- Cercare i quadrilateri: il rettangolo è ben evidente, poi il quadrato e il parallelogrammo ed infine i quadrilateri meno familiari. Si può procedere sia partendo dall'area del quadrilatero sia dall'area della parte della griglia che resta fuori dal quadrilatero, entrambe hanno valore 2
- Verificare che, tra quelli trovati, non ci siano figure perfettamente sovrapponibili tramite una rotazione, una traslazione o un ribaltamento (simmetria assiale)
- Disegnare i quadrilateri sulla stessa griglia evidenziandoli in qualche modo (per esempio con colori diversi) oppure su più griglie

Le cinque soluzioni attese con, in più, il quadrilatero intrecciato che potrebbe eventualmente essere preso in considerazione in base alla definizione di "quadrilatero" che gli allievi conoscono



Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta: il disegno dei 5* quadrilateri corretti senza doppioni né errori

3 Commesso un solo errore (doppione o dimenticanza o non quadrilatero o area diversa da 2)

2 Commessi due errori (doppioni, dimenticanze, non quadrilatero, area diversa da 2) per esempio nel caso ci siano 5 quadrilateri di cui un doppione ci sono 2 errori cioè una dimenticanza e un doppione

1 Commessi tre errori (doppioni, dimenticanze, non quadrilatero, area diversa da 2)

0 Incomprensione del problema o una sola figura trovata o più di tre errori

*** Nel caso in cui sia disegnato anche il quadrilatero intrecciato di area 2, lo si accetta, ma senza modificare l'attribuzione dei punteggi.**

Livello: 6, 7, 8

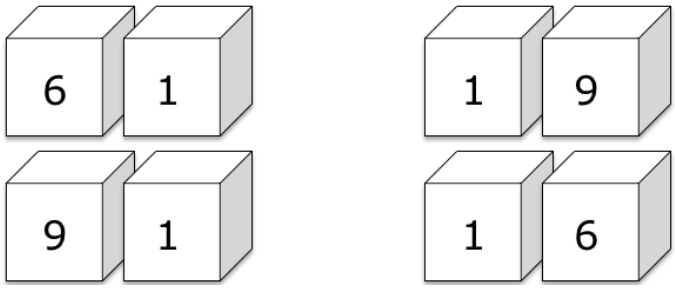
Origine: Bourg-en-Bresse

11. NUMERI E DADI (Cat. 6, 7, 8)

Andrea ha costruito due dadi a forma di cubo.

Vuole scrivere su ogni faccia una delle dieci cifre, in modo tale che, accostando i due dadi, si possano formare numeri interi a due cifre.

Ad esempio, accostando i dadi in modo che su uno sia visibile la cifra 1 e sull'altro la cifra 6, spostando o ruotando opportunamente i due dadi, si potrebbero leggere i numeri: 16, 61, 19 o 91.



Andrea vuole partire dal 10 e formare i numeri successivi (10, 11, 12, 13, ...) senza saltarne nemmeno uno. Si chiede quale cifra scrivere su ogni faccia per poter formare la successione di numeri più lunga possibile.

Quali sono le cifre da scrivere su ogni faccia di uno dei due dadi?

Quali sono le cifre da scrivere su ogni faccia dell'altro dado?

Scrivete il numero maggiore della successione che Andrea è riuscito a formare.

Spiegate come avete trovato le vostre risposte.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Disporre le 10 cifre sulle facce di due dadi di forma cubica, in modo che accostandoli opportunamente si possa formare la successione dei numeri naturali a partire da 10 senza interruzioni e ottenerne il più grande numero possibile.

Analisi del compito

- Comprendere che si hanno a disposizione 12 facce, sei per dado, su cui disporre 10 cifre e quindi necessariamente si dovranno scegliere solo alcune cifre su ciascun dado.
- Osservare dall'esempio che il 6 capovolto si legge 9 e quindi, se su un dado si scrive ad esempio la cifra 6. è inutile scrivere la cifra 9.
- Comprendere che, utilizzando due dadi, ci sono più facce (dodici) che cifre da scrivere (nove): 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6/9; 7; 8, quindi tre cifre dovranno comparire su entrambi i dadi .
- Rendersi conto che, per scrivere i numeri che hanno la stessa cifra sia alle unità che alle decine, occorre che questa cifra sia scritta su entrambi i dadi. Solo tre sono le cifre che possono essere ripetute. Perché la successione dei numeri non sia interrotta, e per poter formare i numeri 11, 22 e 33, queste saranno necessariamente 1, 2 e 3. La successione dovrà quindi terminare con il numero 43, non essendo possibile formare il 44.
- Comprendere che per combinare tutti i numeri interi possibili della successione a partire da 10, le cifre 0, 4 devono essere scritte su due dadi diversi per poter formare il numero 40, mentre 5, 6/9, 7, 8, possono essere scritte indifferentemente sui due dadi.
- Concludere che bisogna scrivere le cifre 0, 1, 2, 3, su un dado e 1, 2, 3, 4 sull'altro dado, poi scrivere sulle altre quattro facce le cifre 5, 6/9, 7, 8 indifferentemente.

Oppure

- procedere per tentativi scrivendo i vari numeri sulle facce dei due dadi (costruendo i dadi o avvalendosi di una rappresentazione grafica, per esempio una tabella) e scrivere i numeri che si riescono ad ottenere partendo da 10, per giungere alle conclusioni riportate nei punti precedenti

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (su un dado devono esserci le cifre 0, 1, 2, 3, sull'altro le cifre 1, 2, 3, 4, mentre le restanti possono stare sull'uno o sull'altro; e il numero 43 o la successione dei numeri da 10 a 43) con spiegazione chiara della scelta (alcune considerazioni tra quelle esposte nell'analisi)

3 Risposta corretta con spiegazione poco chiara o incompleta

oppure risposta alla domanda corretta e ben spiegata, ma manca il numero 43 o la successione

2 Risposta corretta, senza spiegazione
oppure risposta errata (1, 2, 3 in entrambi i dadi e 0 e 4 su uno stesso dado) con un numero diverso da 43 o successione fino a un numero diverso di 43.

1 Inizio di ricerca coerente

0 Incomprensione del problema

Livello: 6, 7, 8

Origine: Parma (da Il calendario RMT 12-I-15)

12. IN LATTERIA (Cat. 6, 7, 8)

Girando per le vie della città di Transalpinia, un gruppo di turisti entra in una latteria e acquista una forma di formaggio pagandola 30 euro.

I clienti trovano il prezzo molto elevato, ma la commessa spiega loro che per ottenere 1 kg di formaggio di quel tipo occorrono ben 10 litri di latte e che per quella forma sono stati utilizzati 12,5 litri di latte.

Qual è il prezzo di un chilogrammo di quel tipo di formaggio?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Determinare il costo di un chilo di formaggio, conoscendo: il costo di un pezzo di formaggio (30 €), il rapporto tra 1 kg di formaggio e il latte necessario per produrlo (10 l) e la quantità di latte utilizzato per il pezzo di formaggio (12,5 l)

Analisi del compito

- Distinguere le tre grandezze in gioco (peso del formaggio, quantità di latte e prezzo).
- A partire dall'equivalenza 1 kg =1000 g, comprendere intuitivamente che, se 10 litri di latte danno 1000 grammi di formaggio, 12,5 litri danno 1250 g di formaggio. Poi, poiché la divisione in 5 parti di $1250 = 4 \times 250 + 250$ (in grammi) si riflette sulla divisione in 5 parti di 30 euro, il prezzo di 250g di formaggio è 6 euro e il prezzo di 1kg è 24 euro.
- Oppure
  Comprendere che se 10 litri danno un chilo di formaggio, mi restano 2,5 litri di latte che sono ¼ di 10 litri e di conseguenza saranno ¼ di 1 chilogrammo
- Ragionare in vario modo, più o meno consapevolmente, sui rapporti costanti tra tali grandezze, ad esempio:
  Calcolare il rapporto costante tra le quantità di latte (10/12,5 = 4/5 oppure 0,8) e procedere direttamente al calcolo del prezzo di 1kg di formaggio ($30 \div 5 \times 4 = 24\ euro$) o, analogamente, $12{,}5 \div 10 = 1{,}25$ e $30 \div 1{,}25 = 24$.
  - Oppure
    Dividere 30 per 12,5 per ottenere il prezzo relativo a 1 litro di latte e moltiplicare per 10 ottenendo il prezzo di 10 litri: 24 euro.
  - Oppure
    Comprendere che il rapporto tra i due dati 10 e 12,5 dei volumi di latte è 5/4, dunque il prezzo di 30 euro è la somma tra il prezzo di 1kg più il prezzo di ¼ di kg di formaggio, cioè di 24 euro più 6 euro o con la proporzione $5/4 \div 30 = 1 \div x$.

Oppure

- Procedere per tentativi: attribuire ad un kg di formaggio un prezzo ipotetico, moltiplicarlo per il peso della forma di 1,25 kg (ottenuto per esempio con la divisione 12,5÷10) e verificare se si ottiene 30 euro; modificare via via il prezzo ipotizzato fino ad arrivare a 24 euro.

Oppure

- (a livello esperto) esplicitare la scrittura di proporzioni:
  Ad esempio scrivere la proporzione $10 \div 1000 = 12{,}5 \div x$, dove *x* indica la quantità in grammi di formaggio acquistato; ottenendo $x = 1250\ g$ (o 1,25 kg). Successivamente procedere con una seconda proporzione ($1000 \div 1250 = y \div 30$, dove *y* indica il costo del formaggio al chilo; si ottiene *y* = 24 euro).

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (24 euro) con il dettaglio della procedura (rapporti, proporzioni specificando le quantità considerate)

3 Risposta corretta con procedura non spiegata dettagliatamente

2 Risposta corretta senza spiegazione
oppure procedura completa e corretta con un solo errore di calcolo

1 Inizio di ragionamento corretto dove è messa in evidenza la presenza di un rapporto
oppure impostazione errata della proporzione (ad esempio $10 \div 1000 = x \div 12{,}5$)
oppure compreso il rapporto 4/5 e conclusione errata dovuta a $30 \div 4 \times 5$

0 Incomprensione del problema

Livello: 6 ,7, 8

Origine: Puglia

13. POLIGONI (Cat. 7, 8, 9, 10)

Il professor Ipotenusa ha chiesto ad ognuno dei suoi 24 allievi di disegnare su cartoncino e ritagliare tre poligoni a scelta tra triangoli, quadrilateri, pentagoni ed esagoni.

Il professor Ipotenusa raccoglie e osserva bene tutte le figure e nota che:

- in tutto si possono contare 300 lati,
- ci sono tanti esagoni quanti quadrilateri,
- per ogni pentagono ci sono 5 triangoli.

Quanti triangoli, quadrilateri, pentagoni ed esagoni ci sono?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Trovare, in un insieme di triangoli, quadrilateri, pentagoni ed esagoni, 72 in tutto, per un totale di 300 lati, il numero di ciascuno di questi poligoni sapendo che ci sono tanti quadrilateri quanti esagoni e che il numero dei triangoli è il quintuplo di quello dei pentagoni

Analisi del compito

- Comprendere che si è in presenza di 72 poligoni (24·3) di cui sono noti il totale dei lati (300) e alcune relazioni tra i numeri di triangoli, quadrilateri, pentagoni ed esagoni e che la richiesta è di determinare ciascuno di questi numeri
- Procedere per tentativi organizzati verificando il rispetto dei vincoli. Per esempio: se ci fosse 1 pentagono, allora i triangoli sarebbero 5; i quadrilateri e gli esagoni, che sono in numero uguale, sarebbero $(72 - 6) : 2 = 33$; calcolando il numero complessivo dei lati risulterebbe: $1 \cdot 5 + 5 \cdot 3 + 33 \cdot 6 + 33 \cdot 4 = 350$ che non rispetta i vincoli, ...
  Continuare aumentando il numero dei pentagoni e trovare la soluzione con 6 pentagoni perché così ci sono 30 triangoli, i quadrilateri e gli esagoni sono: $(72 - 36) \div 2 = 18$ e i lati complessivi sono: $6 \cdot 5 + 30 \cdot 3 + 18 \cdot 6 + 18 \cdot 4 = 300$
  Lo stesso tipo di procedura è evidentemente possibile organizzando i tentativi a partire dal numero dei poligoni esclusi i pentagoni o tenendo conto del numero totale dei lati (300) per verificare che il numero totale dei poligoni sia proprio 72.

Oppure:

- in base alle informazioni date osservare che in un gruppo di figure costituito da un pentagono e 5 triangoli ci sono 20 lati e in uno costituito da un quadrato e un esagono ci sono 10 lati: 30 lati complessivamente. Se ci fossero 10 gruppi di un tipo e 10 di un altro si avrebbero 300 lati ma 80 figure. Ipotizzare allora che ci siano 9 gruppi del primo tipo, cioè 9 pentagoni: così si avrebbero 20 lati in meno che devono essere recuperati aumentando di due il numero dei gruppi del secondo tipo. Si avrebbero così 12 quadrilateri e 12 esagoni. Il numero totale delle figure sarebbe allora $9 + 45 + 12 + 12 = 78$: ancora troppe. Provare ancora con 8, 7 e 6 e verificare che in questo caso si avrebbero 72 figure e 300 lati.

Oppure:

- Impostare un sistema di 2 equazioni con a = n° pentagoni e b = n° esagoni/quadrati e risolverlo:

$$\begin{cases} 5a + 5 \times 3a + 6b + 4b = 300 \rightarrow 20a + 10b = 300 \rightarrow 2a + b = 30 \\ a + 5a + b + b = 72 \rightarrow 6a + 2b = 72 \rightarrow 3a + b = 36 \end{cases}$$

  dalla seconda equazione si ricava $3a + b = 36 \rightarrow b = 36 - 3a$ per cui $2a + 36 - 3a = 30$ e quindi a = 6 (numero pentagoni); $6 \cdot 5 = 30$ (numero triangoli); $b = 36 - 18 = 18$ (numero esagoni/ numero quadrilateri)

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta: 6 pentagoni, 30 triangoli, 18 esagoni e 18 quadrilateri, con spiegazione che faccia chiaramente capire la procedura seguita (trovato il numero complessivo dei poligoni, equazione o almeno 3 tentativi tra cui quello risolutivo)

3 Risposta corretta con spiegazione poco chiara o incompleta o solo verifica della soluzione.

2 Risposta corretta senza spiegazione.

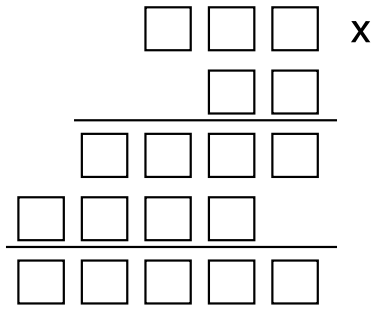
1 Risposta errata: si è tenuto conto solo del numero complessivo dei lati (per esempio: 1 pentagono, 5 triangoli, 28 quadrilateri e 28 esagoni) oppure solo del numero complessivo delle figure (per esempio: 3 pentagoni 15 triangoli, 27 quadrilateri e 27 esagoni)

0 Incomprensione del problema o trovato solo il numero complessivo delle figure.

Livello: 7, 8, 9, 10

Origine: Udine

14. UNA STRANA MOLTIPLICAZIONE (Cat. 7, 8, 9, 10)



Daniele deve ricostruire questa "misteriosa" moltiplicazione che gli ha proposto sua cugina.

Sa che le sole cifre che può inserire nelle caselle sono 2, 3, 5 e 7.

Poiché Daniele è in difficoltà sua cugina, per aiutarlo, gli precisa che c'è un solo modo di sistemare le cifre nelle caselle.

Ricostruite la moltiplicazione.

Spiegate come avete trovato la soluzione.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Ricostruire una moltiplicazione tra un fattore di tre cifre e un fattore di due cifre secondo un algoritmo di cui viene dato lo schema vuoto, sapendo che devono essere utilizzate solo le cifre 2, 3, 5 e 7.

Analisi del compito

- Verificare dapprima sistematicamente i prodotti delle possibili cifre delle unità e constatare che sono possibili solo cinque coppie $(3;5), (5;3)\ (5;5), (5;7), (7;5)$. Le altre coppie conducono infatti ad una cifra delle unità nel primo prodotto che non è nella lista delle cifre autorizzate, come per esempio $7 \times 3 = 21$ che dà 1 come cifra delle unità.
- Scegliere una coppia, ad esempio $(3;5)$, e continuare con la ricerca delle cifre delle decine del moltiplicando. In questo esempio, poiché c'è il riporto di 1, il prodotto di 5 per ciascuna delle cifre (numero) autorizzate, più il riporto 1, dà 6 oppure 1 e non va bene (fig. 1).
- Provare poi, ad esempio, con la coppia $(5;3)$. La cifra delle decine del moltiplicando può essere solo 7 (per il ragionamento precedente del riporto 1 e di un prodotto che porti ad una cifra consentita: $3 \times 7 = 21$ che con il riporto 1 arriva alla somma avente come cifra delle decine 2 (fig. 2)). Negli altri casi si arriva ad una cifra delle decine, non consentita.
- Capire che anche la cifra delle centinaia del moltiplicando non può che essere 7, cosa che porta ad avere 2 e 3 per le prime due cifre del primo prodotto parziale (fig. 3). Lo stesso ragionamento permette di constatare che la cifra delle decine del moltiplicatore non può che essere 3 (fig. 4)
- Verificare, infine, che il risultato contiene le sole cifre consentite 2, 3, 5 e 7, cosa che dà la soluzione cercata (fig. 5):

… … **3**	… **7** 5	**7** 7 5	7 7 5	7 7 5
x … **5**	x … 3	x … 3	x **3** 3	x 3 3
… … 1/6 5	… … **2** 5	**2 3** 2 5	2 3 2 5	2 3 2 5
… … … …	… … … …	… … … …	**2 3 2 5**	2 3 2 5
… … … … 5	… … … … 5	… … … … 5	… … … … …	**2 5 5 7 5**
fig 1	fig 2	fig 3	fig 4	fig 5

Come è detto nell'enunciato, c'è una sola soluzione. Non è dunque necessario verificare a partire dalle coppie $(5;7), (7;5)$ *e* $(5;5)$ della lista iniziale. Ma, se si prova con una di queste tre coppie prima della coppia $(5;3)$, si arriva in ogni caso ad un vicolo cieco: rapidamente con $(7;5)$, a causa del resto di 3 che farebbe apparire un 8 nelle decine del primo quoziente parziale e un po' dopo nel caso della coppia $(5;7)$; nell'addizione finale per la coppia $(5;5)$ poiché i prodotti parziali possono essere $5 \times 555 = 2775$, ma il prodotto finale contiene due cifre non autorizzate $55 \times 555 = 30525$.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (775×33), con spiegazione della procedura (tappe intermedie, impasse…)

3 Risposta corretta con spiegazione incompleta o poco chiara

2 Risposta corretta senza alcuna spiegazione

1 Inizio corretto della ricerca con almeno le coppie possibili delle unità

0 Incomprensione del problema

Livello: 7, 8, 9, 10

Origine: 14F.15

15. UN QUARTO SEGMENTO E MOLTI TRIANGOLI (Cat. 8, 9, 10)

Nel quadrato qui a destra è stato tracciato un segmento che l'ha diviso in due regioni, una delle quali è un triangolo.

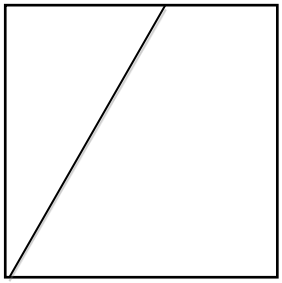


figura di partenza

Alla figura di partenza, Giovanni ha aggiunto un secondo segmento, che è una parte di una diagonale del quadrato. La sua figura è composta da tre regioni, di cui due sono triangoli.

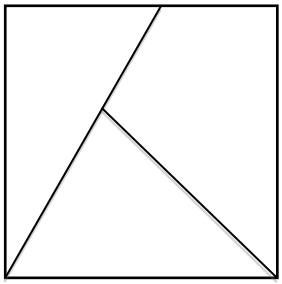


figura di Giovanni

Anna ha aggiunto un terzo segmento alla figura di Giovanni. Il quadrato è diviso in cinque regioni. Vi si possono distinguere cinque triangoli, di cui alcuni sono composti da più regioni.

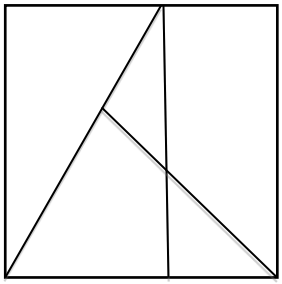
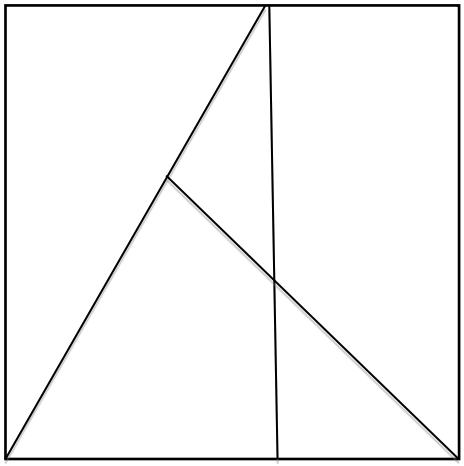


figura di Anna

Aggiungete un quarto segmento nella figura di Anna in modo tale che si possa distinguere il maggior numero possibile di triangoli.



Quanti triangoli al massimo avete potuto formare?

Mostrate chiaramente questi triangoli.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Cercare il maggior numero di triangoli che è possibile generare su una figura, tracciando un solo segmento in più e trovare un sistema per designarli.

Analisi del compito

- Identificare i triangoli delle tre prime figure per capire che certi triangoli si sovrappongono parzialmente. La determinazione dei triangoli è immediata per le due prime figure. È meno immediata per i 5 triangoli della figura di Anna: 3 "elementari" e 2 composti da due regioni.

- Trovare qualche strategia che permetta di ottimizzare il numero di triangoli per il 4° segmento: cercare di dividere il maggior numero possibile di triangoli, posizionare una delle estremità su delle intersezioni già esistenti, …
- Trovare un metodo efficace per contare e designare i triangoli.
  Per individuare tutti i triangoli, l'uso dei colori sarebbe molto difficile da gestire. Uno dei metodi più efficaci, che comunque esige un gran rigore, è designare le regioni della suddivisione con una lettera o con un numero e di stendere l'inventario dei triangoli formati da una regione, due regioni, tre regioni, …
  È anche possibile attribuire una lettera ai punti di intersezione dei segmenti della figura e designare i triangoli con i loro tre vertici.
  Si dà qui di seguito un esempio per designare le regioni della figura di Anna e tre esempi con delle disposizioni differenti del quarto segmento:

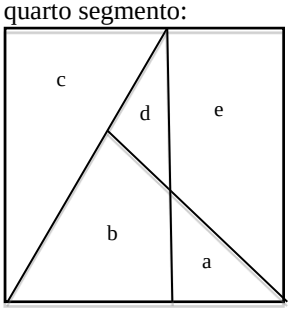
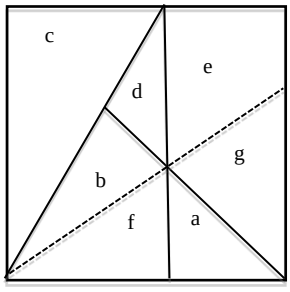
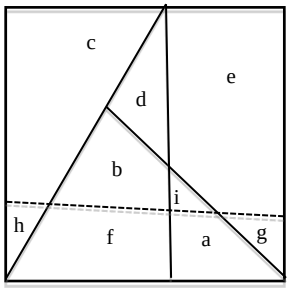


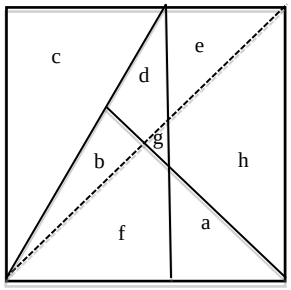
figura di Anna



esempio 1



esempio 2



esempio 3

Esempio 1: il segmento divide le regioni b ed e in b, f, e, g. Vi si distinguono **11 triangoli**, di cui 6 elementari: a, b, f, c, d; 2 composti da due regioni: a f - b d e 3 composti da tre regioni a b f - f a g, d b f.

Esempio 2: il segmento divide le regioni a, b e c. Vi si distinguono **10 triangoli**, di cui 4 elementari: i, h, d, g; 4 composti da due regioni: a i - i b - c h - b d; 1 composto da tre regioni f b d; 1 composto da quattro regioni: a i f b.

Esempio 3: il segmento, diagonale del quadrato, divide le regioni b, d ed e. Vi si distinguono **15 triangoli**, di cui 5 elementari: a, b, c, g, e; 5 composti da due regioni: a f - f g - b d – d g - g h; 2 composti da tre regioni: a f b - b d e; 3 composti da quattro regioni: f a g h - c b d e – f b g d.

Esistono altre disposizioni del 4° segmento che fanno comparire da 6 a 15 triangoli.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta: 15 triangoli, con disegno del segmento e individuazione chiara dei 15 triangoli

3 Risposta: 13 o 14 triangoli, con disegno del segmento e individuazione chiara dei triangoli
oppure risposta corretta, con disegno del segmento, individuazione confusa o assente dei 15 triangoli
oppure il segmento tracciato corrisponde a 15 triangoli, ma manca la risposta 15 e solamente 13 o 14 triangoli sono indicati chiaramente

2 Risposta: da 10 a 12 triangoli con disegno del segmento che li individua e individuazione chiara dei triangoli

1 Risposta: da 7 a 9 triangoli con disegno del segmento che li individua e individuazione chiara dei triangoli
oppure disegno del segmento e indicato solo il numero dei triangoli

0 Incomprensione del problema o risposta con meno di 7 triangoli

Livello: 8, 9, 10

Origine: Bourg-en-Bresse

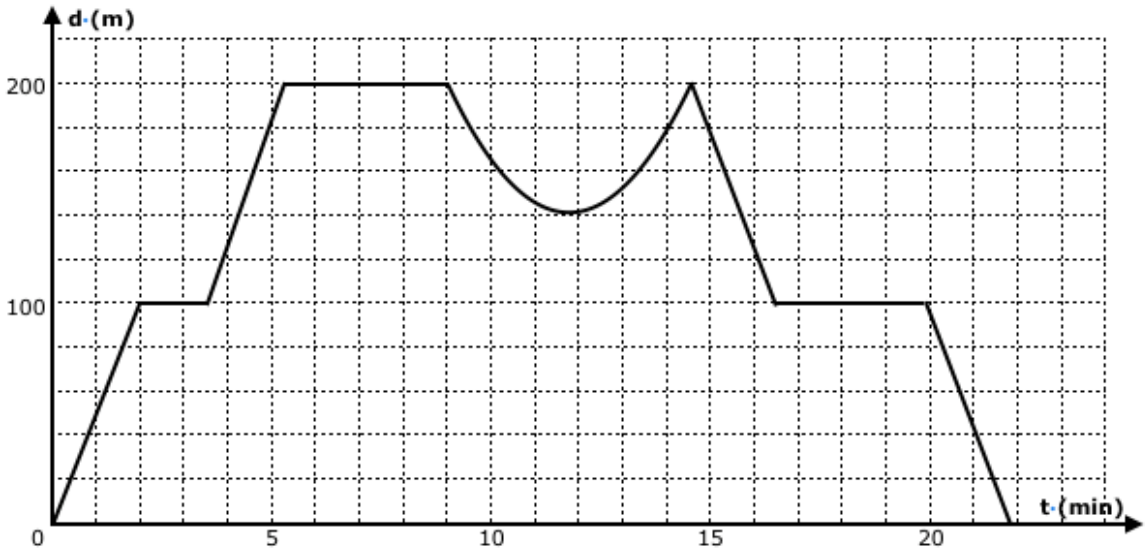
16. SPOSTAMENTI (Cat 9, 10)

Il Conte di Transalpinia sta rientrando dalla sua passeggiata nel parco del suo castello.

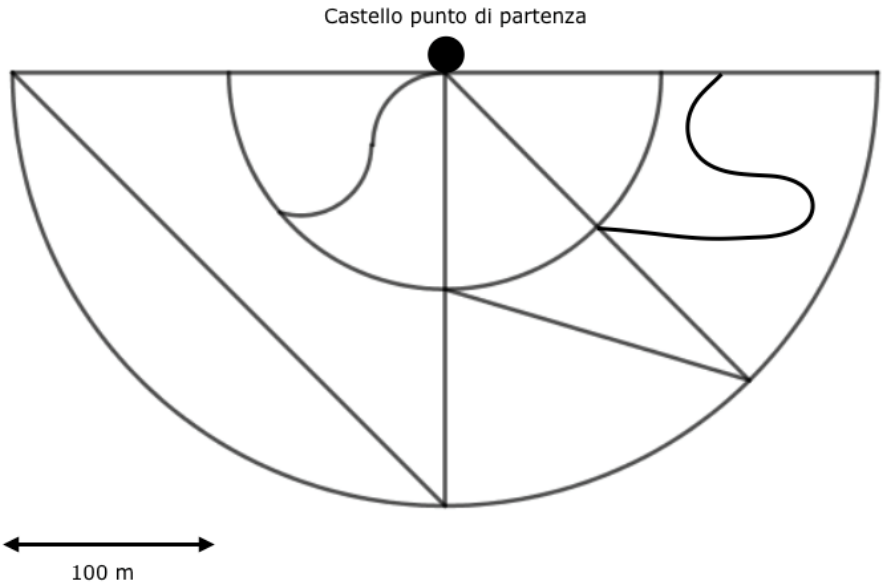
Incontra due suoi amici, mostra loro lo schermo del suo telefono cellulare e dice:

"Ecco la rappresentazione grafica dei miei spostamenti che vi mostra la distanza in linea d'aria, in ogni momento, tra la mia posizione e il mio punto di partenza, in funzione del tempo trascorso dalla mia partenza. Aggiungo che ho collegato il mio dispositivo all'inizio della mia passeggiata, che ho sempre camminato allo stesso ritmo, senza mai fermarmi, senza tornare sui miei passi e seguendo sempre i sentieri del parco."

Grafico: distanza tra il punto di partenza e colui che cammina in funzione del tempo



Pianta dei sentieri del parco del castello



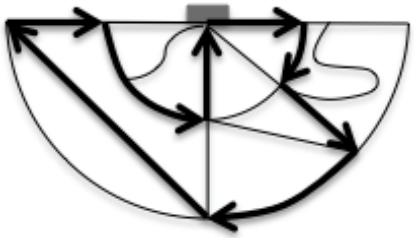
Disegnate, sulla pianta dei sentieri del parco, il percorso fatto dal Conte di Transalpinia durante la sua passeggiata e spiegate come avete trovato le sue diverse parti.

Compito matematico

Disegnare su una pianta un itinerario descritto da un diagramma di spostamento «distanza di un punto in funzione del tempo».

Analisi del compito

- Immaginare come varia la distanza dal punto di partenza a quello in cui si trova chi cammina secondo il tragitto che sta facendo e in funzione della durata del percorso e associare all'asse verticale la distanza e all'asse orizzontale il tempo
- Comprendere che un segmento orizzontale indica che il tempo trascorre mentre la distanza rimane costante e tradurlo in spostamenti: o il soggetto è immobile o il suo percorso si trova su un arco di cerchio il cui centro è il punto di partenza. Comprendere che un segmento non orizzontale indica un allontanamento o un avvicinamento a velocità costante lungo una linea retta passante per il punto di partenza. L'inclinazione (angolo formato dal segmento e dall'asse orizzontale) dipende dalla velocità del soggetto.
- Osservare che il punto di partenza può essere solo il castello che corrisponde al punto 0 del grafico.
- Capire che il primo tratto è sicuramente un segmento. Tra i quattro segmenti che partono dal castello, scegliere quello che è seguito da un arco di cerchio che ha approssimativamente la stessa lunghezza (stessa durata) e che permette di arrivare a un nuovo segmento che ha la stessa pendenza del primo (velocità constante) allontanandosi sempre dal castello con la stessa durata del primo, raggiungendo un arco di cerchio per una durata all'incirca doppia di quella del primo arco.
  Verificare allora se ci si trova proprio all'inizio di un tragitto che prima si avvicinerà e poi si allontanerà dal castello, e cioè il sentiero rettilineo che collega la parte bassa della pianta alla sua destra. (Se si seguisse l'arco di cerchio, la parte corrispondente del grafico sarebbe un segmento orizzontale.)
- Disegnare il solo percorso possibile: partire dal castello, a sinistra (dal punto di vista dell'escursionista) della pianta, prendere il primo semicerchio a 45 gradi, girare a sinistra e prendere il segmento che si allontana dal castello fino al secondo semicerchio, girare a destra e seguire il secondo semicerchio a 45 gradi, prendere il sentiero rettilineo che conduce all'estremo sinistro (per chi guarda) del piano, girare a destra ed avvicinarsi al castello fino al primo semicerchio, girare a destra e seguire questo semicerchio per 90 gradi, girare a sinistra e raggiungere il castello.



Attribuzione dei punteggi

4 Percorso completamente corretto con spiegazioni (descrizione delle scelte fatte o verifica)

3 Percorso completamente corretto senza spiegazioni

2 Un errore nel percorso e l'errore complementare che permette di arrivare al castello (l'arco di cerchio invece di un segmento, in particolare)

1 Inizio del percorso (punto di partenza, un segmento e un arco di cerchio)

0 Incomprensione del problema.

Livello: 9, 10

Origine: Milano

17. PALLONCINI (Cat. 9, 10)



Un palloncino riempito di elio è fissato al suolo con una cordicella che resta sempre tesa. Si alza il vento. Il palloncino si sposta allora orizzontalmente di 2 m (rispetto al punto di attacco al suolo), e scende verticalmente di 0,5 m (rispetto alla sua posizione originaria senza vento).

Qual è la lunghezza della cordicella?

Spiegate il vostro ragionamento.

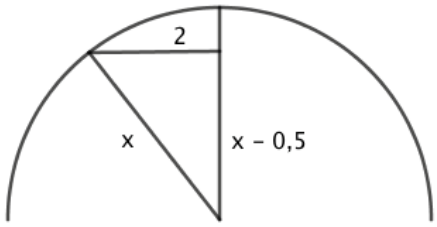
ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Modellizzare una situazione di applicazione del Teorema di Pitagora in cui due lati del triangolo sono espressi in funzione di una incognita.

Analisi del compito

Modellizzare la situazione descritta con un disegno e capire che la distanza tra il palloncino e il punto di attacco coincide con la lunghezza della cordicella e resta costante nelle due posizioni con o senza vento.
Riconoscere un triangolo rettangolo che permetta di applicare il teorema di Pitagora.
Esprimere la lunghezza di un lato in funzione della lunghezza dell'ipotenusa.
Applicare il teorema di Pitagora che darà l'uguaglianza: $x^2 = 2^2 + (x - 0{,}5)^2$
Risolvere l'equazione ottenuta (applicando correttamente il prodotto notevole) per trovare $x = 4{,}25$.



Oppure

Dopo aver modellizzato la situazione, fare dei tentativi organizzati per risolvere l'equazione $x^2 = 2^2 + (x - 0{,}5)^2$.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (4,25 m) con spiegazioni chiare e complete e un disegno

3 Risposta corretta con spiegazioni parziali o poco chiare o semplicemente una verifica

2 Ricerca che faccia vedere l'equazione seguente $x^2 = 2^2 + (x - 0{,}5)^2$
oppure risposta coerente con una misura sul disegno in scala che rappresenti correttamente la situazione

1 Inizio di ricerca coerente (per esempio: un tentativo corretto, scrittura dell'equazione con due incognite, uno schema o un disegno che rappresenti correttamente la situazione, …)

0 Incomprensione del problema

Livello: 9, 10

Origine: Luxembourg

18. LUCA E MARCO IN VIAGGIO (Cat. 9, 10)

Marco e Luca partono dall'aeroporto di Venezia lo stesso giorno, ma per destinazioni diverse. La destinazione di Marco è New York negli Stati Uniti e quella di Luca è Nuova Delhi in India.

L'aereo di Marco parte alle 13:15 (quando a New York sono le 7:15 di mattina) e il tempo per arrivare a destinazione è di circa 18 ore.

L'aereo di Luca parte alle 12:45 (quando a Nuova Delhi sono le 20:45) e il tempo del viaggio è di circa 15 ore.

Si salutano alle 11:30. Decidono di telefonarsi il prima possibile, sapendo che non potranno contattarsi né durante il viaggio né dalle 23:00 alle 7:00 ora locale dei Paesi in cui arriveranno e che appartengono a fusi orari diversi.

Dopo quante ore da quando si sono salutati i due amici potranno contattarsi al telefono?

Spiegate come avete trovato la soluzione.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Determinare la concordanza di incontri, partenze e arrivi di due personaggi, in base a tre fusi orari e trovare il momento in cui potranno avere una conversazione telefonica dopo il loro arrivo, tra le 7:00 e le 23:00

Analisi del compito

- Comprendere che i fusi orari devono avere come riferimento l'orario di Venezia: NY è indietro rispetto a Venezia e ND è avanti.
- Organizzare gli eventi in base ai tre fusi orari a partire dalle sette informazioni date (in grassetto nella tabella). Da Venezia a New York, sottrarre 6 ; da Venezia a New Dehli aggiungere 8

eventi	saluti	Partenza Marco		Arrivo Marco	Partenza Luca		Arrivo Luca	Telefonata
Ora di Venezia	**11:30**	**13:15**	**+18**	07:15	**12:45**	**+15**	03:45	13:00
Ora di New York	05:30	**07:15**	+ 18	01.15	06:45	+15	21:45	07:00
Ora di New Dehli	19:30	21:15	+18	15:15	**20:45**	+ 15	11:45	21:00

- Comprendere che al momento dell'arrivo a destinazione i due amici non possono telefonarsi perché Marco arriva all'1:15 e che deve attendere le 7 del mattino. Le 7 di NY corrispondono alle 13 di Venezia e alle 21 di ND.
- Determinare la durata tra la separazione a Venezia e la telefonata secondo l'ora di NY per esempio. I due amici si separano alle 5:30 (=11:30 – 6) il giorno della partenza e si telefonano alle 7:00 del giorno dopo, quindi 24 ore dopo (5:30) più 1:30 (7-5:30), dunque 25 ore e 30 minuti

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (25 ore e 30 minuti) con spiegazioni chiare e complete

3 Risposta corretta ma spiegazione parziale o poco chiara
oppure risposta errata per un errore di calcolo con spiegazioni chiare

2 Risposta corretta senza spiegazione

1 Inizio di ricerca coerente (ad esempio: calcolo corretto delle differenze d'orario tra New York, Venezia e Nuova Delhi)

0 Incomprensione del problema

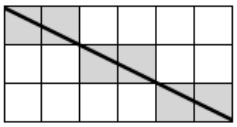
Livello: 9, 10

Origine: Belluno

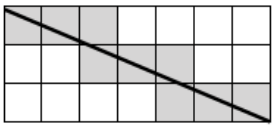
19. QUADRETTI E DIAGONALI (Cat. 9, 10)

Nei tre rettangoli quadrettati riprodotti qui sotto, si è tracciata una diagonale e sono stati colorati di grigio i quadretti che essa attraversa:

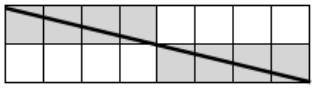
6 quadretti grigi in questo rettangolo di 3 × 6



9 quadretti grigi in questo rettangolo di 3 × 7

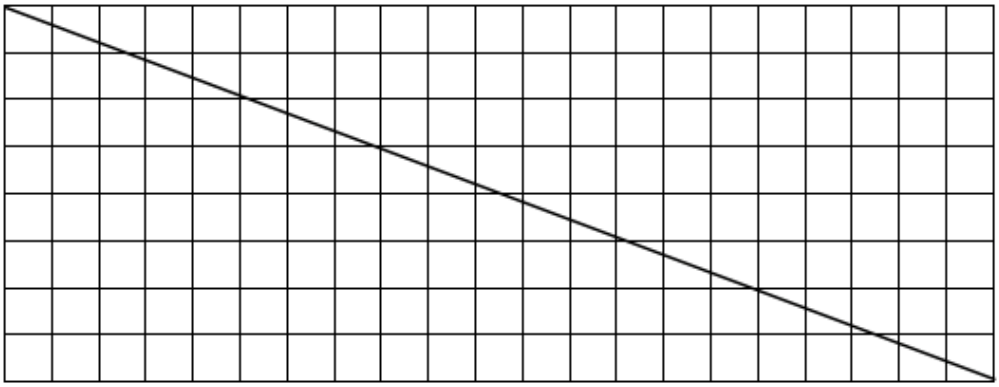


8 quadretti grigi in questo rettangolo di 2 × 8



Quanti sono i quadretti attraversati dalla diagonale nel rettangolo disegnato qui sotto?

Colorateli di grigio.



Quanti sono i quadretti attraversati dalla diagonale in un rettangolo di 21 × 9 quadretti?

Spiegate come avete trovato tale numero.

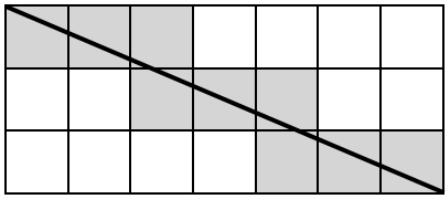
ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Determinare il numero di quadretti attraversati dalla diagonale di un rettangolo quadrettato.

Analisi del compito

- Osservare i tre esempi e costatare che, allorché la diagonale passa per una intersezione della quadrettatura, i due quadretti da una parte e dall'altra non sono considerati come «attraversati» e dunque rimangono bianchi (figure di sinistra e di destra), mentre se la diagonale attraversa una linea della quadrettatura al di fuori di una intersezione, entra in un nuovo quadretto, che dovrà essere colorato di grigio.
- Cominciare a colorare di grigio i quadretti del rettangolo e accorgersi che bisogna domandarsi se le quattro intersezioni (2; 5), (3; 8), (5; 13) e (6; 16) sono sulla diagonale o no.
- Stabilire che queste quattro intersezioni non sono sulla diagonale mediante un disegno più grande e molto preciso, oppure osservando che i rapporti 8/21 ≅ 0,381 (dimensioni del rettangolo), 2/5 = 0,4 e 3/8 = 0,375 sono tutti diversi (riferendosi alla similitudine dei rettangoli, alla linearità, alla proporzionalità, alla pendenza, …).
- Contare i quadretti uno a uno (ogni volta che attraversa un segmento della quadrettatura si entra in un nuovo quadretto): sono 28. Nel caso in cui si consideri che la retta passa per due o quattro delle intersezioni, il conteggio errato dei quadretti attraversati dà rispettivamente 26 o 24 (si segnala che in un rettangolo con dimensioni due numeri naturali a e b primi fra loro, il numero di quadretti attraversati dalla diagonale è $a + b - 1$, in questo caso 8 + 21 - 1 = 28)
- Per la seconda domanda, constatare che i numeri 21 e 9 hanno 3 come massimo comun divisore, che la diagonale passerà per i nodi (3; 7) e (6; 14)



e che il problema si riduce a quello della diagonale che attraversa un rettangolo 3 × 7 quadretti identico a questo, ripetuto tre volte. In questo caso ci sono 9 quadretti attraversati dalla diagonale su ciascuno di questi rettangoli, in tutto: 3 × 9 = 27 quadretti.

Attribuzione dei punteggi

4 Le due risposte corrette (28 e 27 quadretti attraversati), con spiegazioni chiare e complete del tipo di quelle indicate nell'analisi

3 Le due risposte corrette, ma non colorati i quadretti per la prima e/o spiegazioni incomplete o poco chiare per la seconda
oppure un errore di conteggio o di calcolo per uno solo dei due rettangoli e dettagli come per 4 punti

2 Le due risposte corrette senza alcuna spiegazione
oppure risposta corretta per il primo rettangolo e risposta errata per il secondo
oppure risposta errata per il secondo e risposta corretta per il primo con spiegazione chiara

1 Risposta 24 o 26 per il primo rettangolo e/o 29 per il secondo

0 Incomprensione del problema

Livello: 9, 10

Origine: sviluppo di 07.I.20